

ACTIVITES NUMERIQUES (12 points)

Exercice 1

$$\begin{aligned} 1. \quad A &= \frac{5}{11} - \frac{8}{11} \times \frac{5}{4} \\ &= \frac{5}{11} - \frac{4 \times 2 \times 5}{11 \times 4} \\ &= \frac{5}{11} - \frac{10}{11} \end{aligned}$$

$$A = -\frac{5}{11}$$

$$\begin{aligned} 2. \quad \text{a) } B &= \frac{5 \times 10^{-4} \times 3,6 \times 10^2}{1,2 \times 10^{-3}} \\ &= \frac{5 \times 3,6}{1,2} \times \frac{10^{-4} \times 10^2}{10^{-3}} \\ &= \frac{5 \times 1,2 \times 3}{1,2} \times \frac{10^{-4+2}}{10^{-3}} \\ &= 15 \times 10^{-2+3} \\ &= 15 \times 10 \end{aligned}$$

$$B = 150$$

b) Ecriture scientifique de B : $B = 150 = 1,5 \cdot 10^2$

$$\begin{aligned} 3. \quad C &= \sqrt{27} - 2\sqrt{3} + 5\sqrt{75} \\ &= \sqrt{9 \times 3} - 2\sqrt{3} + 5\sqrt{25 \times 3} \\ &= \sqrt{9} \times \sqrt{3} - 2\sqrt{3} + 5 \times \sqrt{25} \times \sqrt{3} \\ &= 3\sqrt{3} - 2\sqrt{3} + 25\sqrt{3} \end{aligned}$$

$$C = 26\sqrt{3}$$

Exercice 2

1. On calcule PGCD(540,288) à l'aide de l'algorithme d'Euclide :

$$540 = 288 \times 1 + 252$$

$$288 = 252 \times 1 + 36$$

$$252 = 36 \times 7 + 0$$

Le dernier reste non nul est 36 donc **PGCD (540,288) = 36.**

2. $540 = 36 \times 15$ et $288 = 36 \times 8$

$$\text{Donc : } \frac{540}{288} = \frac{36 \times 15}{36 \times 8} = \frac{15}{8}$$

Exercice 3

$$\begin{aligned}
 1. \quad D &= (4x + 1)^2 + (3x + 8)(4x + 1) \\
 &= (4x)^2 + 2 \times 1 \times 4x + 1^2 + 3x \times 4x + 3x \times 1 + 8 \times 4x + 8 \times 1 \\
 &= 16x^2 + 8x + 1 + 12x^2 + 3x + 32x + 8
 \end{aligned}$$

$$D = 28x^2 + 43x + 9$$

$$\begin{aligned}
 2. \quad D &= (4x + 1)^2 + (3x + 8)(4x + 1) \\
 &= \underline{(4x + 1)(4x + 1)} + \underline{(3x + 8)(4x + 1)} \\
 &= (4x + 1)[(4x + 1) + (3x + 8)] \\
 &= (4x + 1)(4x + 1 + 3x + 8)
 \end{aligned}$$

$$D = (4x + 1)(7x + 9)$$

$$3. \quad (4x + 1)(7x + 9) = 0$$

Un produit de facteurs est nul si l'un au moins des facteurs est nul.

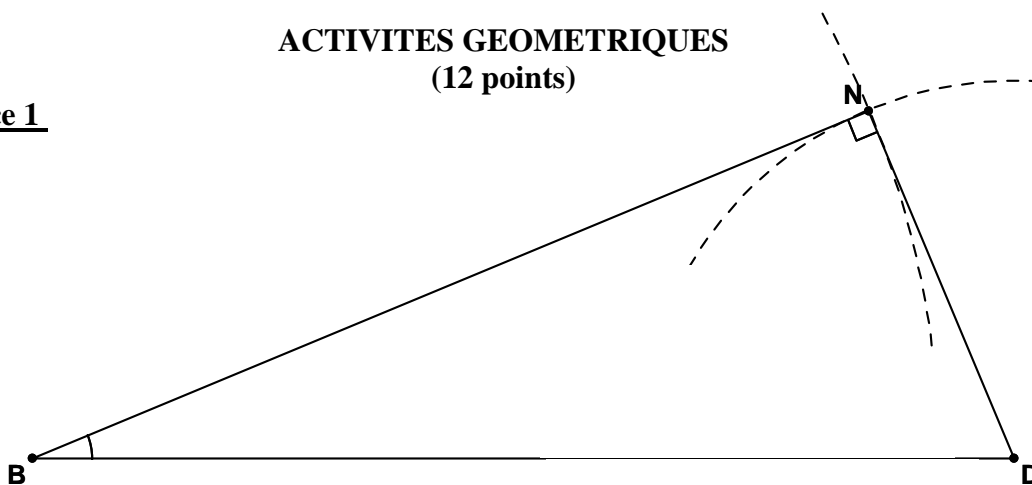
$$\begin{array}{ll}
 4x + 1 = 0 & \text{ou} \quad 7x + 9 = 0 \\
 4x = -1 & \text{ou} \quad 7x = -9 \\
 x = -\frac{1}{4} & \text{ou} \quad x = -\frac{9}{7}
 \end{array}$$

Les solutions de cette équation sont : $-\frac{9}{7}$ et $-\frac{1}{4}$

ACTIVITES GEOMETRIQUES (12 points)

Exercice 1

1.



2. Dans le triangle DNB, le plus grand côté est [DB].

$$D' \text{ une part } DB^2 = 13^2 = 169$$

$$D' \text{ autre part } BN^2 + ND^2 = 12^2 + 5^2 = 169$$

$$\text{Donc } DB^2 = BN^2 + ND^2$$

D'après la réciproque du théorème de Pythagore, le triangle DNB est rectangle en N.

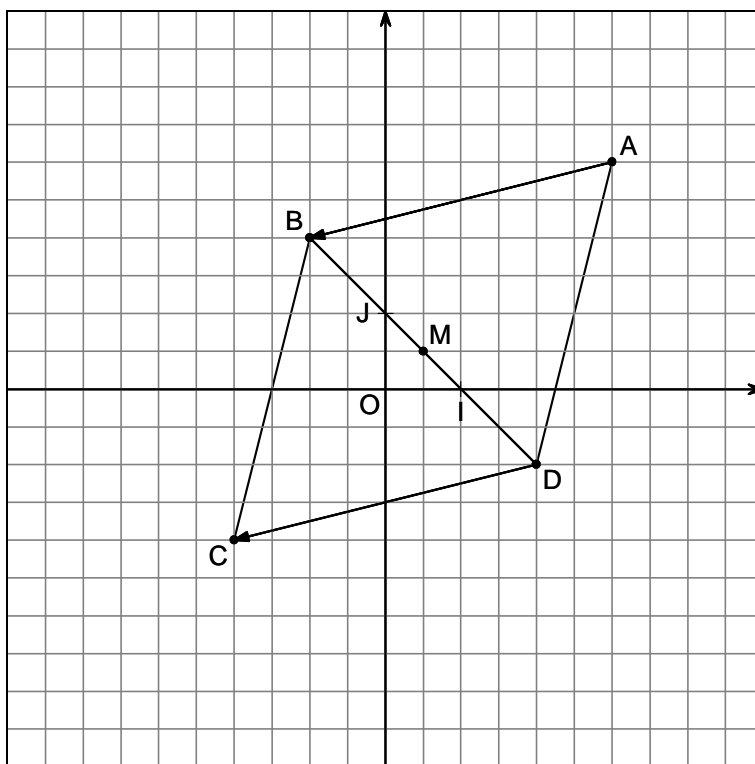
$$3. \quad \text{a) Dans le triangle DNB rectangle en N on a : } \sin \widehat{DBN} = \frac{ND}{BD} = \frac{5}{13}$$

$$\text{Soit : } \sin \widehat{DBN} = 0,385 \text{ au millième}$$

$$\text{b) } \sin \widehat{DBN} = 0,385. \text{ Soit } \widehat{DBN} = 23^\circ \text{ au degré près.}$$

Exercice 2

1.



2. a) M milieu du segment [BD] : $M\left(\frac{x_B + x_D}{2}, \frac{y_B + y_D}{2}\right)$ soit $M\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right)$

b) $\overrightarrow{AB} \begin{pmatrix} x_B - x_A \\ y_B - y_A \end{pmatrix}$ soit $\overrightarrow{AB} \begin{pmatrix} -4 \\ -1 \end{pmatrix}$ $\overrightarrow{DC} \begin{pmatrix} x_C - x_D \\ y_C - y_D \end{pmatrix}$ soit $\overrightarrow{DC} \begin{pmatrix} -4 \\ -1 \end{pmatrix}$

c) $\overrightarrow{AB} \begin{pmatrix} -4 \\ -1 \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{DC} \begin{pmatrix} -4 \\ -1 \end{pmatrix}$ donc $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$ **ABCD est donc un parallélogramme.**

Remarque : Non demandé : $AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2} = \sqrt{16 + 1} = \sqrt{17}$

$$AD = \sqrt{(x_D - x_A)^2 + (y_D - y_A)^2} = \sqrt{1 + 16} = \sqrt{17}$$

ABCD est un parallélogramme ayant deux côtés consécutifs de même longueur c'est un losange.

Exercice 3

Dans les triangles OBB' et OPP' :

- Les points O, B, P et O, B', P' sont alignés dans le même ordre
- Les droites (BB') et (PP') sont parallèles.

D'après le théorème de Thalès : $\frac{OB}{OP} = \frac{OB'}{OP'} = \frac{BB'}{PP'}$ donc $\frac{3}{48} = \frac{OB'}{OP'} = \frac{2}{PP'}$

Par conséquent $PP' = \frac{2 \times 48}{3} = 32$.

La hauteur PP' du phare est 32 m.

PROBLEME
(12 points)

PARTIE A

1. a)

Nombre de tricots vendus	10	50	100	150	250
Formule A	10 000	50 000	100 000	150 000	250 000
Formule B	27 000	55 000	90 000	125 000	195 000
Formule C	100 000	100 000	100 000	100 000	100 000

b) La formule qui rapporte plus d'argent à la classe si l'association vend :

10 tricots est la formule C**100 tricots sont les formules A et C****250 tricots est la formule A.**2. Soit x , le nombre de tricots vendus par l'association des élèves. On appelle :

Formule A : 1 000 F par tricots vendu

donc $P_A(x) = 1000x$

Formule B : une aide forfaitaire de 20 000 F et 700 F par tricots vendu

donc $P_B(x) = 20000 + 700x$

3. Pour déterminer le nombre de tricots vendus pour lequel la formule A rapporte plus d'argent, pour la classe de 3^{ème} 1, que la formule B il faut résoudre l'inéquation :

$$P_A(x) > P_B(x)$$

soit $1000x > 20000 + 700x$

$$1000x - 700x > 20000$$

$$300x > 20000$$

$$x > \frac{20000}{300}$$

$$x > 66,6$$

Un nombre de tricots est un nombre entier soit $x \geq 67$ (on peut aussi écrire $x > 66$)**A partir de 67 tricots vendus, la formule A rapportera plus d'argent, pour la classe de 3^{ème} 1, que la formule B.****PARTIE B**

1. Voir graphique en fin d'exercice page suivante.

2. Soit $f: x \mapsto 1000x$. f est une fonction linéaire, sa représentation graphique est une droite (en noir) passant donc par l'origine du repère et par le point de coordonnées (100 ; 100000). Soit $g: x \mapsto 700x + 20000$. g est une fonction affine, sa représentation graphique est une droite (en rouge) passant donc par les points de coordonnées (0 ; 20000) et (100 ; 90000).3. La formule B correspond à la fonction g .Pour la fonction g , courbe en rouge, le point d'ordonnée 111000 à pour abscisse 130.**L'association des élèves a gagné 111 000 F avec la formule B pour 130 tricots vendus.**

4. Pour retrouver le résultat de la question précédente, il faut résoudre l'équation :

$$g(x) = 111000 \text{ soit } 700x + 20000 = 111000.$$

$$700x = 111000 - 20000$$

$$x = \frac{91000}{700} \text{ soit } x = \mathbf{130}.$$

On retrouve bien le même résultat que pour la question 3..

Représentation graphique de f et g :

