

Durée : 2 heures

œ Brevet des collèges Groupe Est septembre 2003 œ

L'utilisation d'une calculatrice est autorisée.

ACTIVITÉS NUMÉRIQUES

12 points

EXERCICE 1

Montrer que les deux expressions numériques A et B ci-dessous sont égales à  $\frac{1}{2}$ .

Les calculs devront être détaillés.

$$A = \frac{2}{3} - \frac{5}{3} \times \frac{1}{10};$$
$$B = \frac{4 \times 10^{-10} \times 3 \times 10^5 \times 10^{-1}}{6 \times (10^{-2})^5 \times 2^2 \times 10^4}.$$

EXERCICE 2

On considère l'expression  $C = (3x - 5)^2 - (3x - 5)(2x + 3)$ .

1. Développer et réduire l'expression C.
2. Factoriser C.
3. Résoudre l'équation :  $(3x - 5)(x - 8) = 0$ .

EXERCICE 3

On donne les nombres  $a = 1\,950$  et  $b = 3\,640$ .

1. Calculer le PGCD des deux nombres  $a$  et  $b$ .
2. En déduire la forme irréductible de la fraction  $\frac{a}{b}$ .

EXERCICE 4

1. Résoudre le système suivant : 
$$\begin{cases} 6x + 9y = 1776 \\ x + y = 225 \end{cases}$$

2. Dans un grand parc d'attractions, le prix d'entrée est de 6 euros pour les enfants et de 9 euros pour les adultes.  
On a acheté 225 entrées pour 1 776 euros. Combien d'enfants sont allés au parc d'attractions ?

ACTIVITÉS GÉOMÉTRIQUES

12 points

EXERCICE 1

1. Dans un repère orthonormé (O ; I, J) d'unité 1 cm, placer les points suivants : A(-4 ; -2) ; B(-1 ; -5) et C(4 ; 0).
2. Montrer que  $AC = 2\sqrt{17}$ .
3. Calculer les coordonnées du point M, milieu du segment [AC].
4. Montrer que  $BM = \sqrt{17}$ . En déduire la nature du triangle ABC.

EXERCICE 2

1. Tracer un cercle  $\mathcal{C}$  de centre O et de rayon 4 cm. Placer deux points A et B sur ce cercle tels que  $\widehat{AOB} = 70^\circ$ . Construire le point C diamétralement opposé au point sur le cercle  $\mathcal{C}$ .

2. Démontrer que le triangle ABC est rectangle.
3. Expliquer pourquoi la mesure de l'angle  $\widehat{ACB}$  est  $35^\circ$ .
4. Calculer la longueur AB (donner la valeur arrondie au mm près).
5. Construire le point D, image du point C par la translation de vecteur  $\overrightarrow{BA}$ .  
Quelle est la nature du quadrilatère ABCD ? Expliquer pourquoi le point D est aussi sur le cercle  $\mathcal{C}$ .

**PROBLEME'****12 points****Partie I**

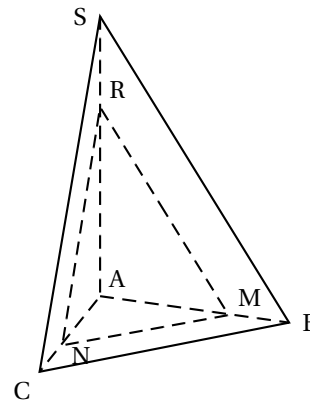
1. Tracer un triangle ABC tel que : AB = 12 cm ; AC = 9 cm et BC = 15 cm.  
On laissera apparents les traits de construction.
2. Démontrer que ABC est un triangle rectangle en A.
3. Montrer que l'aire du triangle ABC est égale à  $54 \text{ cm}^2$ .
4. Placer M le point du segment [AB] tel que AM = 8 cm et N le point de [AC] tel que AN = 6 cm.  
Démontrer que les droites (MN) et (BC) sont parallèles.
5. Montrer que l'aire du triangle AMN est de  $24 \text{ cm}^2$ .

Dans la suite du problème, on considère la pyramide SABC de base le triangle ABC précédent et de hauteur [AS], tel que AS = 18 cm.  
La figure ci-dessous n'est pas en vraie grandeur.

**Partie II**

Dans cette partie, on place un point R sur le segment [SA] tel que :  $AR = \frac{2}{3} AS$ .

1. Prouver que le volume V de la pyramide SABC est égal à  $324 \text{ cm}^3$ .
2. Calculer la longueur AR.
3. Calculer le volume V' de la pyramide RAMN.
4. Vérifier que :  $\frac{V}{V'} = \left(\frac{2}{3}\right)^3$ .

**Partie III**

Dans cette partie, on place un point R sur le segment [SA] tel que  $SR = x$ .

1. Exprimer en fonction de x la longueur AR.
2. Prouver que le volume V'', de la pyramide RAMN peut s'écrire  $V'' = 8(18 - x)$ .
3. Soit f la fonction affine définie par :  $f(x) = 8(18 - x)$ .
  - a. Calculer  $f(0)$  et  $f(8)$ .
  - b. Sur papier millimétré, tracer un repère orthogonal (O ; I, J). On placera l'origine O à gauche et en bas de la feuille. On prendra 1 cm pour 1 unité sur l'axe des abscisses et 1 cm pour 10 unités, sur l'axe des ordonnées. Tracer la représentation graphique de la fonction f dans ce repère, pour x compris entre 0 et 18.
  - c. Calculer la valeur de x pour laquelle  $f(x) = 96$ . Effectuer ensuite une vérification graphique.  
(On fera apparaître sur le graphique les traits de construction permettant la lecture.)