

Brevet des collèges Asie juin 2003

L'utilisation d'une calculatrice est autorisée.

TRAVAUX NUMÉRIQUES

12 points

Exercice 1

1. Soit $A = 5\sqrt{18}$ et $B = 3\sqrt{50}$.
Écrire A et B sous la forme $a\sqrt{b}$ où a et b sont des entiers.
Que remarquez-vous ?
2. Soit $C = 2 - \sqrt{2}$ et $D = 2 + \sqrt{2}$.
 - a. Montrer que $C \times D$ est entier.
 - b. Calculer C^2 et écrire le résultat sous la forme $a + b\sqrt{2}$ avec a et b entiers.

Exercice 2

On donne l'expression $E = (x + 1)^2 - (x + 1)(2x - 3)$.

1. Développer et réduire E .
2. Calculer E pour $x = \frac{1}{2}$.
3. Factoriser E .
4. Résoudre l'équation $(x + 1)(3x - 2) = 0$.

Exercice 3

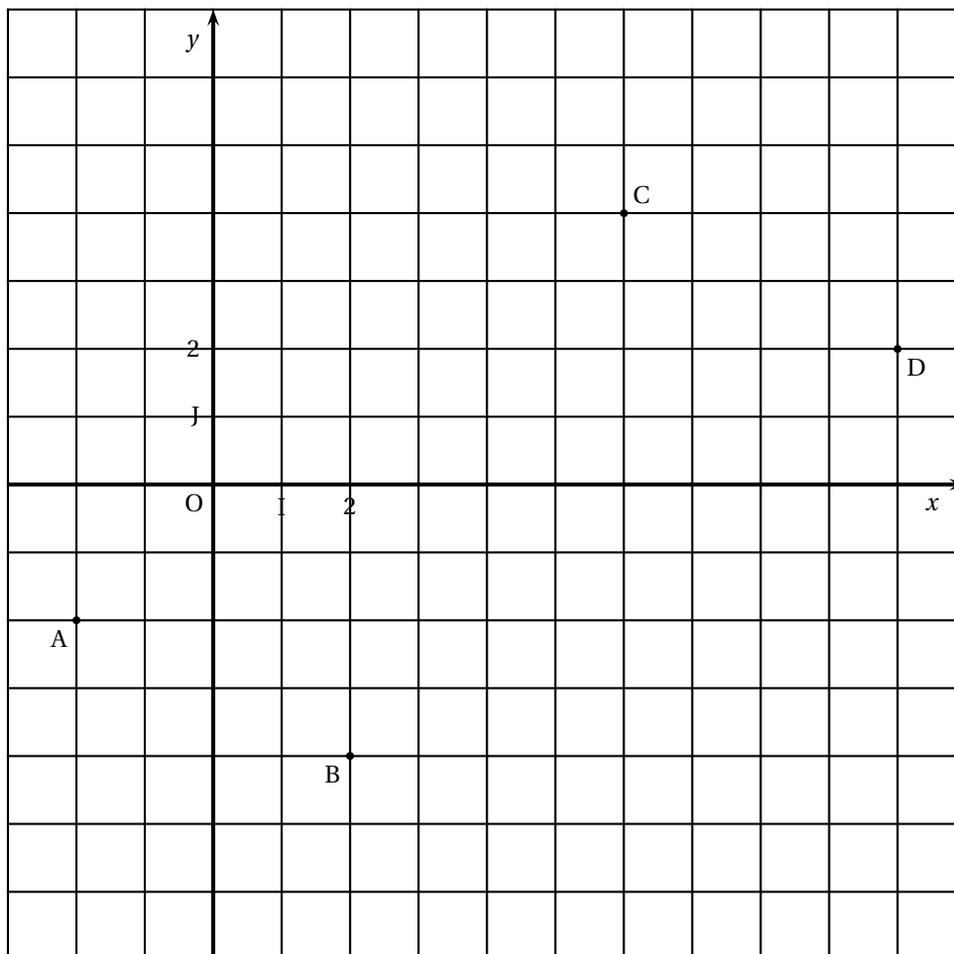
1. Montrer que le PGCD des nombres 372 et 775 est égal à 31 ; écrire les calculs.
2. Un chef d'orchestre fait répéter 372 choristes hommes et 775 choristes femmes pour un concert. Il veut faire des groupes de répétition de sorte que :
 - le nombre de choristes femmes est le même dans chaque groupe ;
 - le nombre de choristes hommes est le même dans chaque groupe ;
 - chaque choriste appartient à un groupe.
 - a. Quel nombre maximal de groupes pourra-t-il faire ?
 - b. Combien y aura-t-il alors de choristes hommes et de choristes femmes dans chaque groupe ?

TRAVAUX GÉOMÉTRIQUES

12 points

Exercice 1

Le plan est muni d'un repère orthonormé (O, I, J) .



1. Lire les coordonnées des points A, B et C.
2. Calculer les coordonnées des vecteurs \vec{AC} et \vec{BD} .
3. Quelle est la nature du quadrilatère ABDC ? Justifier.

Exercice 2

1. Construire un triangle ABC rectangle en A tel que : $AB = 6$ cm et $BC = 10$ cm.
2. Calculer AC.
3.
 - a. Placer le point I milieu du segment [BC] puis tracer la médiane (AI) du triangle ABC.
 - b. Montrer que $IA = 5$ cm.
4.
 - a. Placer le point M sur le segment [AI] tel que $IM = 2$ cm.
 - b. Tracer la parallèle à (AB) passant par M et le point P en lequel elle coupe [BC].
 - c. Calculer IP.
5.
 - a. Placer sur le segment [IC] le point N tel que $IN = 2$ cm puis tracer la droite (MN).
 - b. Démontrer que (MN) et (AC) sont parallèles.

PROBLÈME

Les parties A et B sont indépendantes.

12 points

Partie A

Les élèves d'une classe de troisième ont eu deux notes sur 20 en mathématiques au cours du premier trimestre.

La première note a été un contrôle : on l'appelle x .

La deuxième a été obtenue à un devoir : on l'appelle y .

Le professeur fait la moyenne pondérée M de ces deux notes : $M = \frac{3x+2y}{5}$.

On dit que x est affecté du coefficient 3 et y du coefficient 2.

1. Dorian a eu 12 en contrôle et 15 en devoir.
Calculer la moyenne pondérée de Dorian.
2. Lucie a eu 12,5 en devoir.
Montrer que sa moyenne pondérée peut alors être calculée par la formule :
 $M = 0,6x + 5$.

3. *Les calculs nécessaires doivent figurer sur la copie.* On considère la fonction suivante :

$$f : x \longmapsto 0,6x + 5$$

Dans un repère orthonormé (O, I, J) , tracer la droite (d) qui représente la fonction f .

On se limitera à des valeurs de x comprises entre 0 et 20.

4. On cherche la note de contrôle x qui a permis à Lucie d'obtenir une moyenne pondérée de 14.
 - a. Déterminer graphiquement la valeur de x en faisant apparaître sur le graphique les constructions utiles.
 - b. Retrouver ce résultat par le calcul.
5. Lucie se demande si elle aurait pu obtenir une moyenne pondérée supérieure ou égale à 17.
Après avoir traduit ce problème par une inéquation, déterminer quelles notes elle devait obtenir en contrôle pour cela.

Partie B

Après les avoir arrondies, le professeur dresse un tableau des moyennes obtenues par les élèves de sa classe au premier trimestre.

Moyennes sur 20	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
Nombre d'élèves ayant la note indiquée au-dessus	1	1	2	2	1	4	2	1	0	2	2	1	1	2	1

1. Représenter cette série par un diagramme en bâtons
(1 cm pour un point en abscisse et 2 cm pour un élève en ordonnées).
2. Quel est le nombre d'élèves dans la classe ?
3. Calculer la moyenne de la classe pour ce trimestre (arrondir au dixième).
4. Quelle est la médiane de cette série de notes ?
5. Quel pourcentage d'élèves a obtenu une moyenne inférieure strictement à 9 ?
(Arrondir au dixième.)