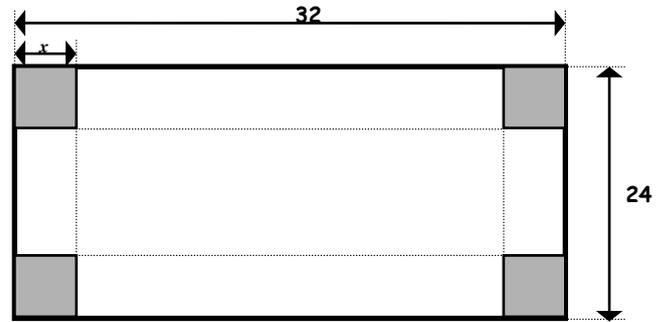
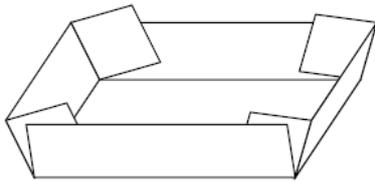


## LA BOITE

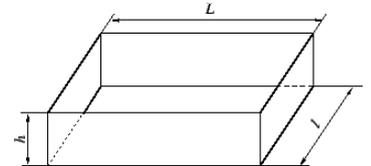
Avec une feuille rectangulaire de 24 cm de largeur sur 32 cm de longueur, on veut fabriquer une boîte sans couvercle. Pour cela, on découpe quatre carrés de côté  $x$  (en cm). On obtient ainsi le patron de la boîte



On se propose ici, d'étudier le volume de la boîte suivant les valeurs de  $x$

### 1<sup>ère</sup> partie

1. Calcule la longueur, la largeur, la hauteur de la boîte puis son volume lorsque  $x = 2$  cm.
2. Calculer les mêmes dimensions de la boîte lorsque  $x = 5$  cm puis lorsque  $x = 12$  cm.
3. Compare les volumes des différentes boîtes obtenues et formule des remarques.



### 2<sup>ème</sup> partie

On souhaite maintenant déterminer pour quelle valeur de  $x$ , on obtient le volume maximum.

1. Entre quelles valeurs peut varier  $x$  ?
2. Exprime en fonction de  $x$  :
  - . la largeur  $l$  (en cm) de la boîte :
  - . la longueur  $L$  (en cm) de la boîte :
  - . la hauteur  $h$  (en cm) de la boîte :

. le volume  $V$  (en  $\text{cm}^3$ ) de la boîte :

$V$  est exprimé en fonction de  $x$ , on notera  $V(x)$ , les valeurs prises par ce volume suivant  $x$  et on dira que  $V$  est une fonction de  $x$

3. En utilisant ta calculatrice, complète le tableau suivant :

$x$	0	1	2	3	4	5	10	12
$V(x)$								

4. Peux-tu trouver par le calcul, la valeur de  $x$  pour laquelle le volume est maximum ?
5. En utilisant le tableau, indique entre quelles valeurs entières de  $x$  le volume semble maximum.

### 3<sup>ème</sup> partie

On souhaite maintenant déterminer une valeur de  $x$  pour laquelle le volume maximum, mais sans utiliser un tableau. On va se servir de la représentation graphique de la fonction  $V$ .

1. Construis un repère orthonormé pour représenter les résultats du tableau. Pour cela, prendre comme unités :  
*Sur l'axe des abscisses : 1 cm pour 1 cm      Sur l'axe des ordonnées : 1 cm pour 100  $\text{cm}^3$ .*
2. A l'aide du graphique, donne une valeur arrondie au dixième de  $x$  pour laquelle le volume est maximum.
3. A l'aide du graphique, donne une valeur arrondie au dixième du volume maximal de la boîte
4. On souhaite maintenant fabriquer une boîte de volume 1L. Utilise le graphique précédant pour déterminer deux valeurs arrondies au dixième de la découpe qui permettent d'obtenir une boîte de volume 1L.

### 4<sup>ème</sup> partie

On se propose d'étudier maintenant le périmètre du haut de la boîte suivant les valeurs de  $x$ .

1. Exprime le périmètre  $P$  ( en cm ) en fonction de  $x$  :
2. En utilisant ta calculatrice, complète le tableau suivant :

$x$	0	1	2	3	4	5	10	12
$P(x)$								

3. Construis un repère orthonormé pour représenter les résultats du tableau. Pour cela, prendre comme unités :  
*Sur l'axe des abscisses : 1 cm pour 1 cm      Sur l'axe des ordonnées : 1 cm pour 10 cm.*
4. Formule des remarques sur la forme de ce graphique.
5. a. A l'aide du graphique, donne une valeur arrondies au dixième de  $x$  pour fabriquer une boîte de périmètre 100cm.  
 b. Peux-tu trouver par le calcul, la valeur de  $x$  pour laquelle le périmètre de la boîte est 100cm? Effectue ce calcul.

# CHAPITRE 9 : LES FONCTIONS

## 1. Les fonctions linéaires

$x$	-2	-1	0	2	4	$x$
$y$	-6	-3	0	6	12	.....

C'est une situation de proportionnalité car  $y = \dots x$ . **On note aussi  $f(x) = \dots x$  ou  $f : x \rightarrow \dots x$**

$f(3) = 9$  : On dit que l'image de 3 est 9 ou 3 est le nombre qui a pour image est 9  
On dit que l'antécédent de 9 est 3 ou 3 est le nombre dont l'image est 9

☺ **Une fonction linéaire  $f$  est de la forme  $f(x) = a x$  ou  $f : x \rightarrow \dots x$   $a$  est un .....**

**Ex 1** : On considère la fonction  $f(x) = 4x$

1. a) Détermine  $f(3)$
- b) Détermine l'image de -2.
2. a) Calcule  $x$  tel que  $f(x) = 2$
- b) Calcule le nombre dont l'image est -8

3- Calcule  $\frac{f(2)}{2}$ ,  $\frac{f(3)}{3}$  et  $\frac{f(-1)}{-1}$

**a = .....**

**Ex 2** : 1. Détermine la fonction linéaire  $f$  telle que  $f(-1) = 3$ .

2. Détermine l'image de 4
3. Détermine l'antécédent de 5.

**Ex 3** :  $f$  est une fonction linéaire.

Traduis les phrases par une égalité :

1. l'image de 3 par  $f$  est 12 :
2. -2 a pour image -8 par  $f$  :
3. Détermine la fonction linéaire.

## 2. Les fonctions affines

$x$	-2	-1	0	3	4	$x$
$y$	-1	1	3	9	11	.....

Ce n'est pas une situation de proportionnalité car : .....

Vérifie que  $y = 2x + 3$  **On note aussi  $f(x) = \dots x + \dots$  ou  $f : x \rightarrow \dots x + \dots$**

$f(4) = 11$  : On dit que l'image de 4 est 11 ou 4 est le nombre dont l'image est 11  
On dit que l'antécédent de 11 est 4 ou 4 est le nombre dont l'image est 11

☺ **Une fonction affine  $f$  est de la forme  $f(x) = a x + b$  ou  $f : x \rightarrow a x + b$   $a$  et  $b$  sont des .....**

**Ex 4** : On considère la fonction  $f(x) = -2x + 1$ .

1. a) Détermine  $f(4)$
- b) Détermine l'image de -3.
2. a) Calcule  $x$  tel que  $f(x) = -1$
- b) Calcule le nombre dont l'image est -8

3. Calcule  $\frac{f(3) - f(2)}{3 - 2}$ ,  $\frac{f(4) - f(2)}{4 - 2}$ ,  $\frac{f(4) - f(-1)}{4 + 1}$  et  $f(0)$

**a = ..... b = .....**

**Ex 5** : Détermine la fonction affine  $f$  telle que  $f(-1) = -1$  et  $f(2) = 5$ .

Calcule l'image de 4 et le nombre qui a pour image 3.

**Ex 6** : Une société de location d'avions de tourisme propose à ses clients pour une journée de location, deux types de tarifs :

**Tarif 1** : 400 € l'heure de vol.

**Tarif 2** : Un versement de 1500 € auquel s'ajoute 250 € par heure de vol.

1. Complète les tableaux suivants :

Nombre d'heures de vol	0	4	8	12
Tarif 1				

Nombre d'heures de vol	0	4	8	12
Tarif 2				

2. On désigne par  $x$  le nombre d'heure de vol dans la journée. Exprime le prix payé en fonction de  $x$ ,

pour le Tarif 1 :  $f(x) = \dots$ ,  $f$  est une fonction .....

et le Tarif 2 :  $g(x) = \dots$ ,  $g$  est une fonction .....

3. Détermine par le calcul, le nombre d'heure à partir duquel le tarif 2 devient plus intéressant que le tarif 1.

### 3. Représentation graphique

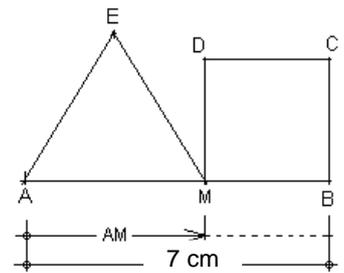
☺ La représentation graphique d'une fonction affine  $f(x) : x \rightarrow ax + b$  est une ..... d'équation  $y = \dots\dots\dots$ . On note .....

**Exemple :**  $[AB]$  mesure 7cm,  $M$  est un point du segment  $[AB]$  tel que  $AM = x$ ,  $AEM$  est un triangle équilatéral et  $MBCD$  est un carré.

L'expression littérale du périmètre du triangle équilatéral est  $f(x) = \dots\dots\dots$

L'expression littérale du périmètre du carré est

$g(x) = \dots\dots\dots = \dots\dots\dots = \dots\dots\dots$



☺ La représentation graphique de la fonction  $f$  est la droite  $(d_f)$  d'équation  $y = 3x$ . On note .....

La représentation graphique de la fonction  $g$  est la droite  $(d_g)$  d'équation  $y = -4x + 28$ . On note .....

Pour tracer la droite  $(d_1)$  :

Si  $x = 0$  alors  $y = \dots\dots\dots$

Si  $x = 5$  alors  $y = \dots\dots\dots$

Donc la droite  $(d_1)$  passe par  $A(0 ; \dots)$  et  $B(5 ; \dots)$

Pour tracer la droite  $(d_2)$  :

Si  $x = 0$  alors  $y = \dots\dots\dots$

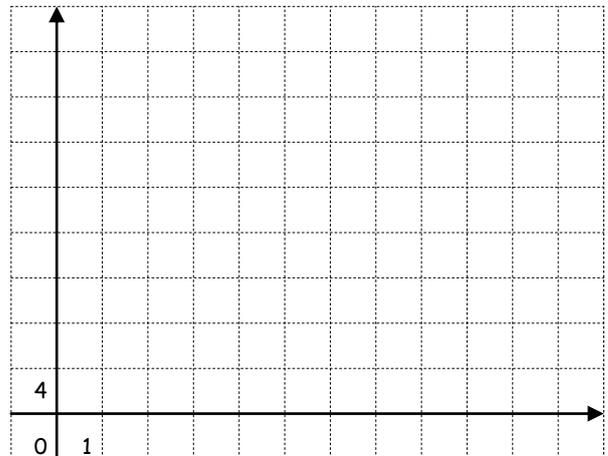
Si  $x = 5$  alors  $y = \dots\dots\dots$

Donc la droite  $(d_2)$  passe par  $C(0 ; \dots)$  et  $D(5 ; \dots)$

Pour déterminer graphiquement la valeur de  $x$  pour laquelle les deux périmètres sont égaux, on regarde le .....

..... Notons le  $I$ , ses coordonnées sont :

$I(\dots ; \dots)$   $f(x_I) = \dots\dots\dots$   $g(x_I) = \dots\dots\dots$



Calcule  $\frac{f(5) - f(0)}{5 - 0} =$

$\frac{g(5) - g(0)}{5 - 0} =$

$f(0) =$

$g(0) =$

☺ Lorsque  $a > 0$ , on dit que la fonction est .....  $a_f = \dots$  et donc  $f$  est une fonction .....

Lorsque  $a < 0$ , on dit que la fonction est .....  $a_g = \dots$  et donc  $g$  est une fonction .....

$a$  s'appelle .....  $b$  s'appelle .....

**Ex 3bis :** Reprenons l'exercice 6

1. Le Tarif 1 :  $f(x) = \dots\dots\dots$ ,  $f$  est ..... et sa représentation graphique est la ..... d'équation .....

Le Tarif 2 :  $g(x) = \dots\dots\dots$ ,  $g$  est ..... et sa représentation graphique est la ..... d'équation .....

Construis dans un repère orthogonal les représentations graphiques des fonctions  $f$  et  $g$ .

1 cm représente 2 h sur l'axe des abscisses et 1 cm représente 1 000 € sur l'axe des ordonnées.

2. Détermine graphiquement :

a. le nombre d'heure pour lequel tarif 2 est 3000€.

b. le prix payé pour 8h avec le tarif 1 puis le tarif 2.

c. le nombre d'heure à partir duquel le tarif 2 devient plus intéressant que le tarif 1.

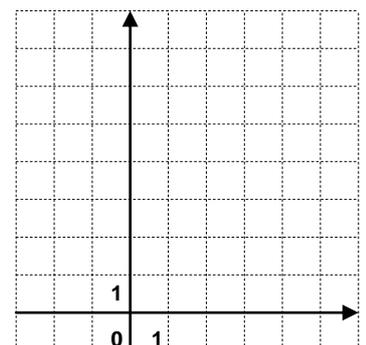
**Ex 4 :** a. Trace dans ce repère orthonormé, la droite passant par  $A(4;8)$  et l'origine.

b. Détermine graphiquement, la fonction dont la représentation graphique est cette droite.

c. Lire sur le graphique la valeur de  $f(-1)$ .

d. Lire sur le graphique les valeurs de  $x$  telles que  $f(x) = 3$ .

e. Retrouve ces résultats par le calcul.



**Ex 5 :** a. Trace dans ce repère orthonormé, la droite passant par  $A(2;-1)$  et  $B(-2;7)$ .

b. Détermine graphiquement, la fonction dont la représentation graphique est cette droite.

c. Lire sur le graphique les valeurs de  $f(4)$ ,  $f(0)$  et  $f(-1)$ .

d. Lire sur le graphique les valeurs de  $x$  telles que  $f(x) = 8$  et  $f(x) = 0$ .

e. Retrouve ces résultats par le calcul.

**Ex 1 :** Mettre une croix dans  lorsque la réponse est juste.

/ 2,5

1.  $f(x) = 3x$

- $f(0) = 1$         $f(3) = 10$        L'image de 3 par  $f(x)$  est 9

2.  $g \mapsto x : x - 1 ; g(2) =$

- 2       1       0

3. Je dois calculer l'image de 6 par la fonction  $f(x) = 2x$

- 3       12       6

4.  $f(3) = 2$  et  $f(x) = ? x + 1$

- $? = 2$         $? = 3$         $? = \frac{1}{3}$

5.  $f(x) = 2x - 7$  : le point A, appartient à la droite de représentation de  $f(x)$  et a pour abscisse 2. quelle sera son ordonnée ?

- 2       -7       -3

**Ex 2 :** On considère la fonction  $f(x) = -2x$ .

/ 3.5

1. Détermine  $f(3)$

2. Détermine le nombre dont l'image est  $-8$

3. Détermine l'image de  $-3$ .

4. Détermine  $x$  tel que  $f(x) = -6$

**Ex 3 :** Détermine la fonction linéaire  $f$  telle que  $f(-1) = 5$  et  $f(3) = 7$ .

/ 4

1. Calcule l'image de 4

2. Calcule le nombre dont l'image est 3.

**Ex 4 :** ABCD est un rectangle tel que  $AB = 6$  cm et  $AD = 4$  cm.

*PARTIE 1*

M est le point du segment [BC] tel que  $BM = 2$  cm

N est le point du segment [CD] tel que  $CN = 2$  cm.

- Calculer AM sous la forme  $a\sqrt{b}$  (b nombre entier le plus petit possible)
- Démontrer que l'aire du quadrilatère AMCN est  $10 \text{ cm}^2$ .

*PARTIE 2*

Maintenant, les points M et N peuvent se déplacer respectivement sur les segments [BC] et [CD] de façon que  $BM = CN = x$

1. Entre quelles valeurs peut varier  $x$  ?

2. Exprimer l'aire du triangle ABM en fonction de  $x$ .

3. a. Calculer DN en fonction de  $x$ .

b. Démontrer que l'aire du triangle ADN en fonction de  $x$  est  $-2x + 12$ .

4. a. Dans un repère orthonormé (O, I, J) avec  $OI = OJ = 1$  cm, représenter graphiquement les fonctions :

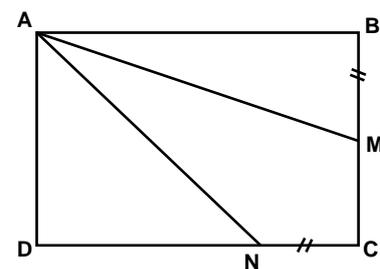
$$f : x \mapsto f(x) = 3x \quad \text{et} \quad g : x \mapsto g(x) = -2x + 12$$

b. Trouver graphiquement les coordonnées du point R, point d'intersection de ces deux représentations graphiques.

c. Calculer les coordonnées du point R à l'aide d'une équation.

5. a. Pour quelle valeur de  $x$  les aires des triangles ABM et ADN sont-elles égales ? Justifier.

b. Pour cette valeur de  $x$ , calculer l'aire du quadrilatère AMCN.



/ 10