ACTIVITES NUMERIQUES
(12 points)

Exercice 1 :

1.

$A = \frac{1}{3} + \frac{5}{6} : \frac{3}{2}$

$A = \frac{1}{3} + \frac{5}{6} \times \frac{2}{3}$

$A = \frac{1}{3} + \frac{5 \times 2}{2 \times 3 \times 3}$

$A = \frac{1 \times 3}{3 \times 3} + \frac{5}{3 \times 3}$

$A = \frac{3 + 5}{3 \times 3}$

$\mathbf{A = \frac{8}{9}}$

2.

$B = 50\sqrt{45} - 3\sqrt{5} + 6\sqrt{125}$

$B = 50\sqrt{9 \times 5} - 3\sqrt{5} + 6\sqrt{25 \times 5}$

$B = 50 \times 3\sqrt{5} - 3\sqrt{5} + 6 \times 5\sqrt{5}$

$B = 150\sqrt{5} - 3\sqrt{5} + 30\sqrt{5}$

$\mathbf{B = 177\sqrt{5}}$

3.

$C = \frac{5 \times 10^{-2} \times 7 \times 10^{5}}{2 \times 10^{7}}$

$C = \frac{5 \times 7 \times 10^{-2+5}}{2 \times 10^{7}}$

$C = \frac{35}{2} \times 10^{3-7}$

$C = 17{,}5 \times 10^{-4}$

$\mathbf{C = 1{,}75 \times 10^{-3}}$

Exercice 2 :

1.

$D = (2x + 3)^2 + (2x + 3)(7x - 2)$

$D = (4x^2 + 12x + 9) + (14x^2 - 4x + 21x - 6)$

$D = 4x^2 + 14x^2 + 12x + 17x + 9 - 6$

$\mathbf{D = 18x^2 + 29x + 3}$

2.

$D = (2x + 3)[(2x+3)+(7x - 2)]$

$D = (2x + 3)(2x + 7x + 3 - 2)$

$\mathbf{D = (2x + 3)(9x + 1)}$

3. Calculer D pour $x = -4$.

$D = (-8 + 3)(-36 + 1)$

$D = -5 \times (-35)$

$\mathbf{D = 175}$

4. $(2x + 3)(9x + 1) = 0$

Un produit de facteurs est nul si l'un au moins des facteurs est nul.

$2x + 3 = 0$	ou	$9x + 1 = 0$
$2x = -3$	ou	$9x = -1$
$\boldsymbol{x = -\frac{3}{2}}$	ou	$\boldsymbol{x = -\frac{1}{9}}$

Les solutions de cette équation sont : $\boldsymbol{-\frac{3}{2}}$ **et** $\boldsymbol{-\frac{1}{9}}$.

Exercice 3 :

1. Chaque personne doit avoir le même nombre de sucettes et le même nombre de bonbons. Donc il s'agit d'un nombre qui divise 84 et 147. Pour avoir le plus grand nombre d'amis, il faut chercher le PGCD de 84 et 147

Calculons le avec l'algorithme des différences

147 – 84 = 63	Donc PGCD (147 ; 84) = PGCD (84 ; 63)
84 – 63 = 21	Donc PGCD (84 ; 63) = PGCD (63 ; 21)
63 – 21 = 42	Donc PGCD (63 ; 21) = PGCD (42 ; 21)
42 – 21 = 21	Donc PGCD (42 ; 21) = PGCD (21 ; 21)
21 – 21 = 0	

La dernière différence non nulle est 21
Donc PGCD(147 ; 84) = 21
21 personnes (Pierre y compris) pourront bénéficier de ces friandises.

2. Chaque personne aura
147 : 21 = **7 bonbons**
84 : 21 = **4 sucettes**

Exercice 4 :

1.

$$\begin{cases} 8x+3y=39,5 \\ 7x+9y=50,5 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -24x-9y=-118,5 \\ 7x+9y=50,5 \end{cases} \quad \times (-3)$$

$$\begin{cases} 17x=68 \\ 7x+9y=50,5 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x=4 \\ 28+9y=50,5 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x=4 \\ y=2,5 \end{cases}$$

La solution est (4 ; 2,5)

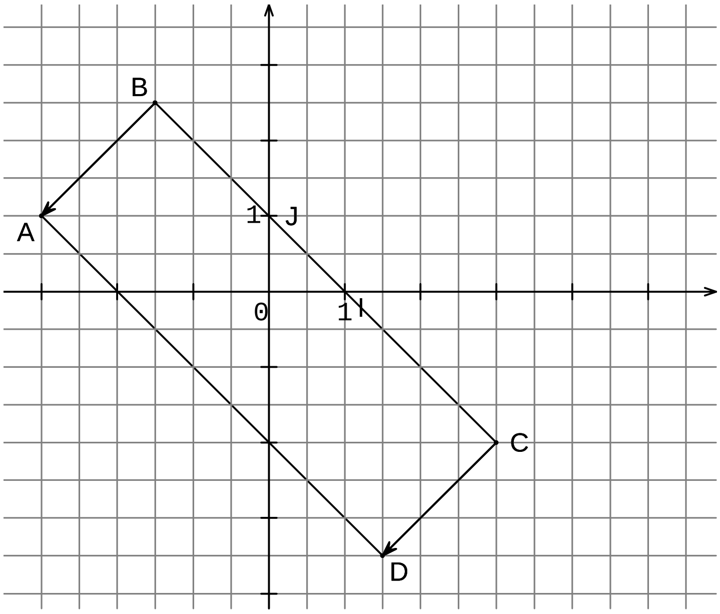
2. Soit x le prix d'un ticket pour un adulte
Soit y le prix d'un ticket pour un enfant
Le premier groupe a payé 39,5 euros pour 8 adultes et 3 enfants, donc : $8x + 3y =$ **39,5**
Le second groupe a payé 50,50 euros pour 7 adultes et 9 enfants donc $7x + 9y =$ **50,5**

Cela revient à résoudre le système précédent.
On en déduit le **prix pour un adulte : 4 € et le prix pour un enfant : 2,5 €**

ACTIVITES GEOMETRIQUES
(12 points)

Exercice 1 :

1.



2. $AC = \sqrt{(x_C - x_A)^2 + (y_C - y_A)^2}$

$= \sqrt{(3 + 3)^2 + (-2 - 1)^2}$

$= \sqrt{36 + 9}$

$\mathbf{AC = \sqrt{45}}$

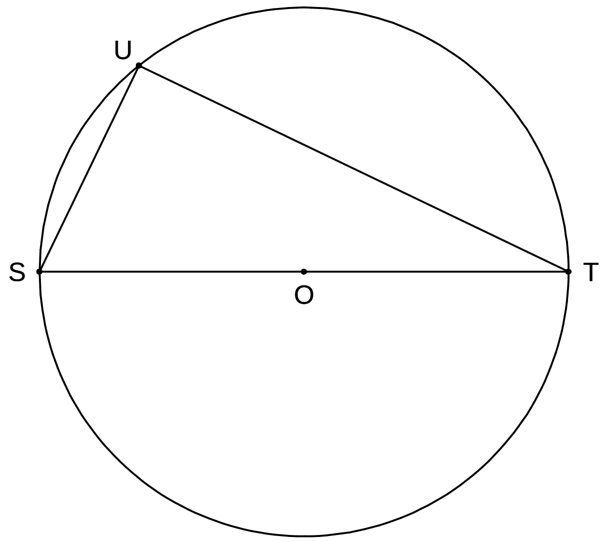
3. Dans le triangle ABC, le plus grand côté est [AC].
D'une part $AC^2 = 45$ D'autre part $AB^2 + BC^2 = 4,5 + 40,5 = 45$
Donc $AC^2 = AB^2 + BC^2$
D'après la réciproque du théorème de Pythagore, le triangle ABC est rectangle en B.

4. Voir figure

5. D image de C par la translation de vecteur $\overrightarrow{BA}$ donc $\overrightarrow{CD} = \overrightarrow{BA}$, ABCD est donc un parallélogramme.
De plus comme ABC est un triangle rectangle en B, ABCD est un parallélogramme ayant un angle droit, **c'est donc un rectangle.**

<u>Exercice 2 :</u>

1.



2. U est un point du cercle de diamètre [ST]. Le triangle STU est donc inscrit dans un cercle dont le diamètre est un des côtés du traingle. **STU est donc un triangle rectangle en U.**

3. Dans le triangle STU rectangle en U :
sin $\widehat{STU} = \frac{SU}{ST} = \frac{3}{7}$ soit $\mathbf{\widehat{STU} = 25{,}4°}$ au dixième près.

4. Les angles $\widehat{SOU}$ et $\widehat{STU}$ interceptent le même arc de cercle $\overset{\frown}{SU}$.
$\widehat{SOU}$ est l'angle au centre, $\widehat{STU}$ est l'angle inscrit donc $\widehat{SOU} = 2\,\widehat{STU}$
Donc **l'angle $\widehat{SOU}$ a pour mesure 50,8°.**

<u>Exercice 3</u>

1. $\widehat{AOB}$ est un angle droit donc le triangle AOB est rectangle en O.
On a : tan $\widehat{OAB} = \frac{OB}{OA}$ soit OB = OA tan $\widehat{OAB}$ soit **OB = 9 cm**

2. Dans les triangles OAB et OCD :
les points A, O, D et B, O, C sont alignés dans le même ordre
De plus $\frac{OA}{OD} = \frac{3\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = 3$ et $\frac{OB}{OC} = \frac{9}{3} = 3$
Donc $\frac{OA}{OD} = \frac{OB}{OC}$

D'après la réciproque du théorème de Thalès, **les droites (AB) et (CD) sont parallèles.**

PROBLEME
(12 points)

Partie A :

1. a. Dans les triangles SEF et SAB :
- les points S, E, A et S, F, B sont alignés dans le même ordre
- Les droites (EF) et (AB) sont parallèles.

D'après le théorème de Thalès : $\frac{SE}{SA} = \frac{SF}{SB} = \frac{EF}{AB}$ donc $\frac{3}{12} = \frac{SF}{SB} = \frac{EF}{9}$

Par conséquent **EF** $= \frac{3 \times 9}{12} = \frac{9}{4}$ **= 2,25 cm**.

b. Dans SAB rectangle S, d'après le théorème de Pythagore :
$SB^2 = SA^2 + AB^2$ soit $SB^2 = 12^2 + 9^2$
$= 225$ soit **SB = 15 cm.**

2. a. Volume de la pyramide SABCD :

$$V_{SABCD} = \frac{1}{3}(\text{aire de la base ABCD}) \times (\text{hauteur SA})$$
$$= \frac{1}{3} AB^2 \times SA$$
$$= \frac{1}{3} \times 9^2 \times 12$$
$$\mathbf{= 324\ cm^3}$$

b. La pyramide SEFGH est une réduction de la pyramide SABCD.
On a $SE = \frac{1}{4} SA$
Le coefficient de réduction permettant de passer de la pyramide SABCD à la pyramide SEFGH est donc égale à $\mathbf{\frac{1}{4}}$

c. Volume de la pyramide SEFGH :

$$V_{SEFGH} = \left(\frac{1}{4}\right)^3 \times V_{SABCD}$$
$= \frac{1}{64} \times 324$ soit **$V_{SA'B'C'D'}$ = 5 cm³ arrondie à l'unité.**

Partie B :

1. Dans les triangles SMN et SAB :
- les points S, M, A et S, N, B sont alignés dans le même ordre
- Les droites (MN) et (AB) sont parallèles.

D'après le théorème de Thalès : $\frac{SM}{SA} = \frac{SN}{SB} = \frac{MN}{AB}$ donc $\frac{x}{12} = \frac{SN}{SB} = \frac{MN}{9}$

Par conséquent $MN = \frac{9x}{12} = \frac{3}{4}x$ soit **MN = 0,75x**

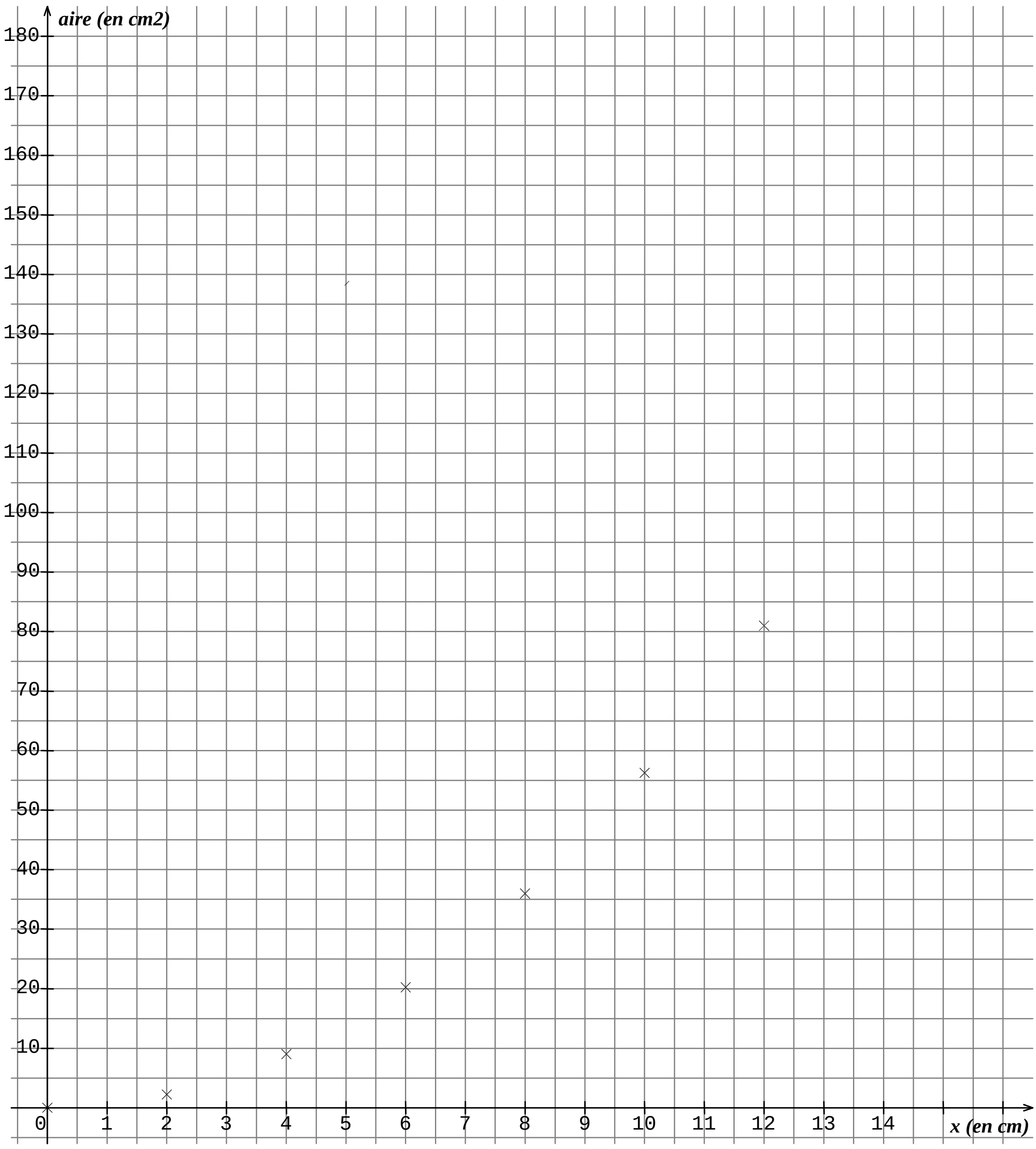
2. Aire du carré MNPQ :
A(x) = $MN^2 = (0{,}75x)^2$ Soit **A(x) = 0,5625 x^2**

3.

x : longueur SM en cm	0	2	4	6	8	10	12
A(*x*) : aire du carré MNPQ	**0**	**2,25**	**9**	**20,25**	**36**	**56,25**	**81**

4. Voir Annexe en fin d’exercice

5. Le graphique obtenu n’est pas une droite mais une courbe passant par l’origine.
L'aire de MNPQ n’est donc proportionnelle à la longueur SM.


aire (en cm2)
180
170
160
150
140
130
120
110
100
90
80
70
60
50
40
30
20
10
0
1
2
3
4
5
6
7
8
9
10
11
12
13
14
x (en cm)