ACTIVITES NUMERIQUES
(12 points)

Exercice 1 :

1) $A = \dfrac{500 \times (10^{-3})^2 \times 2{,}4 \times 10^7}{8 \times 10^{-4}}$

$= \dfrac{500 \times 10^{-6} \times 24 \times 10^{-1} \times 10^7}{8 \times 10^{-4}}$

$= \dfrac{500 \times 24}{8} \times \dfrac{10^{-6} \times 10^{-1} \times 10^7}{10^{-4}}$

$= \dfrac{500 \times 3 \times 8}{8} \times \dfrac{10^{-6-1+7}}{10^{-4}}$

$= 500 \times 3 \times \dfrac{10^0}{10^{-4}}$

$= 1500 \times 10^{0+4}$

$= 1500 \times 10^4$

$= 1{,}5 \times 10^3 \times 10^4$

$= 1{,}5 \times 10^7$

L'écriture scientifique du nombre A est $1{,}5 \times 10^7$.

2)

a) Calculons le PGCD de 854 et 1610 à l'aide de l'algorithme d'Euclide.

$1610 = 854 \times 1 + 756$

$854 = 756 \times 1 + 98$

$756 = 98 \times 7 + 70$

$98 = 70 \times 1 + 28$

$70 = 28 \times 2 + 14$

$28 = 14 \times 2 + 0.$

Le dernier reste non nul est 14 donc **PGCD (1610 , 854) = 14**

b) $\dfrac{854}{1610} = \dfrac{14 \times 61}{14 \times 115} = \boldsymbol{\dfrac{61}{115}}$

3) $B = -3\sqrt{27} + \sqrt{75} - 2\sqrt{108}.$

$= -3\sqrt{9 \times 3} + \sqrt{25 \times 3} - 2\sqrt{36 \times 3}$

$= -3 \times \sqrt{9} \times \sqrt{3} + \sqrt{25} \times \sqrt{3} - 2 \times \sqrt{36} \times \sqrt{3}$

$= -3 \times 3 \times \sqrt{3} + 5 \times \sqrt{3} - 2 \times 6 \times \sqrt{3}$

$= -9\sqrt{3} + 5\sqrt{3} - 12\sqrt{3}$

$= (-9 + 5 - 12)\sqrt{3}$

$\mathbf{B = -16\sqrt{3}}$

Exercice 2 :

Question 1 : On remplace x par $2\sqrt{5}$ dans l'expression

$$(2\sqrt{5})^2 + 2 \times 2\sqrt{5} + 1 = 2^2 \times (\sqrt{5})^2 + 4\sqrt{5} + 1$$
$$= 4 \times 5 + 4\sqrt{5} + 1$$
$$= 21 + 4\sqrt{5}$$

Réponse C

Question 2 : $2x - 7 = 5x + 8 \Leftrightarrow 2x - 5x = 8 + 7$

$$\Leftrightarrow -3x = 15$$
$$\Leftrightarrow x = -\frac{15}{3}$$
$$\Leftrightarrow x = -5$$

Réponse D

Question 3 : $\sqrt{18} = \sqrt{9 \times 2} = \sqrt{9} \times \sqrt{2} = 3\sqrt{2}$ **Réponse D**

Question 4 : f est une fonction linéaire donc son équation est du type f(x) = ax.

Comme f(5) = 3 on trouve 3 = 5a soit $a = \frac{3}{5}$ **Réponse B**

Exercice 3 :

1) Résolvons ce système par substitution :

$$\begin{cases} 2x + 3y = 27 \\ 4x + y = 24 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x + 3y = 27 \\ y = 24 - 4x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 24 - 4x \\ 2x + 3(24 - 4x) = 27 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 24 - 4x \\ -10x + 72 = 27 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y = 24 - 4x \\ -10x = -45 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{45}{10} = \frac{9}{2} \\ y = 24 - 4 \times \frac{9}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{9}{2} \\ y = 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 4{,}5 \\ y = 6 \end{cases}$$

Le couple (4,5 ; 6) est solution du système d'équation.

2) Soit L la longueur du parallélépipède rectangle et ℓ sa largeur.
Si on prend le double de sa largeur et que l'on ajoute le triple de sa longueur, on trouve 27 cm se traduit par : **2ℓ + 3L = 27.**
Si on prend le quadruple de sa largeur et que l'on ajoute sa longueur, on trouve 24 cm se traduit par : **4ℓ + L = 24.**

On retrouve le système de la question **1).**
Donc **la longueur du parallélépipède rectangle est 6 cm et sa largeur est 4,5 cm.**

3) Soit h la hauteur du parallélépipède rectangle
$V_{\text{parallélépipède rectangle}} = V =$ longueur $\times$ largeur $\times$ hauteur
Soit $V = \ell \times L \times h$

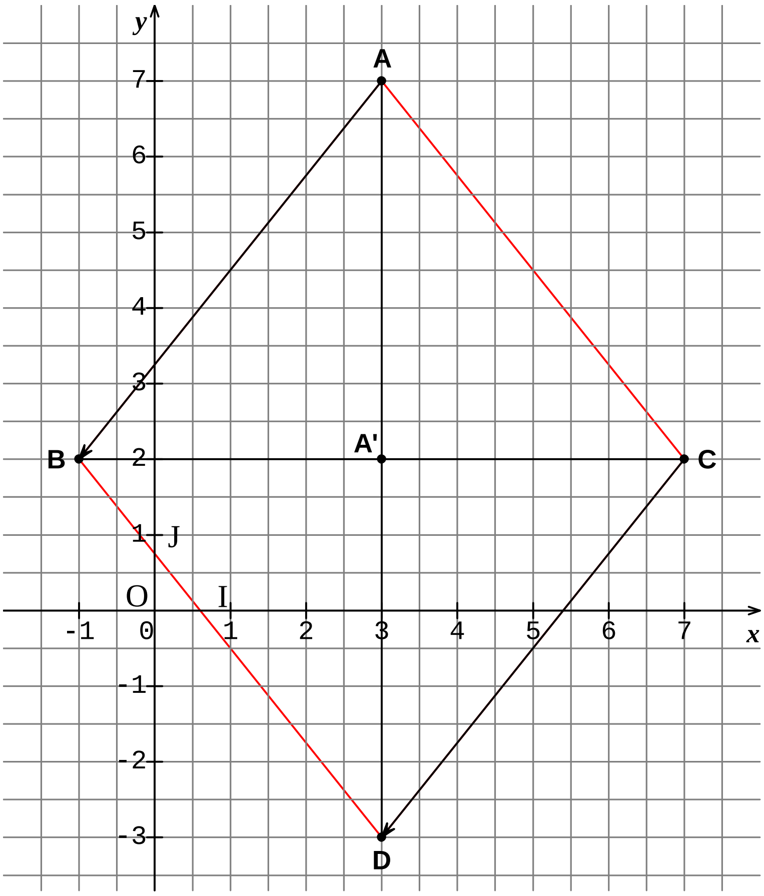
Comme V = 54 cm^3 on a donc $54 = 4{,}5 \times 6 \times h$ soit $54 = 27h$ soit $h = \frac{54}{27} = 2$.

La hauteur du parallélépipède rectangle est de 2 cm.

ACTIVITES GEOMETRIQUES (12 points)

Exercice 1 :

1)



2) $AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$
$= \sqrt{(-1-3)^2 + (2-7)^2}$
$= \sqrt{(-4)^2 + (-5)^2}$
$= \sqrt{16 + 25}$
$= \sqrt{41}$

$AC = \sqrt{(x_C - x_A)^2 + (y_C - y_A)^2}$
$= \sqrt{(7-3)^2 + (2-7)^2}$
$= \sqrt{4^2 + (-5)^2}$
$= \sqrt{16 + 25}$
$= \sqrt{41}$

On a donc AB = AC. **Le triangle ABC est donc isocèle de sommet principal A.**

3) A' est le milieu de [BC] donc :

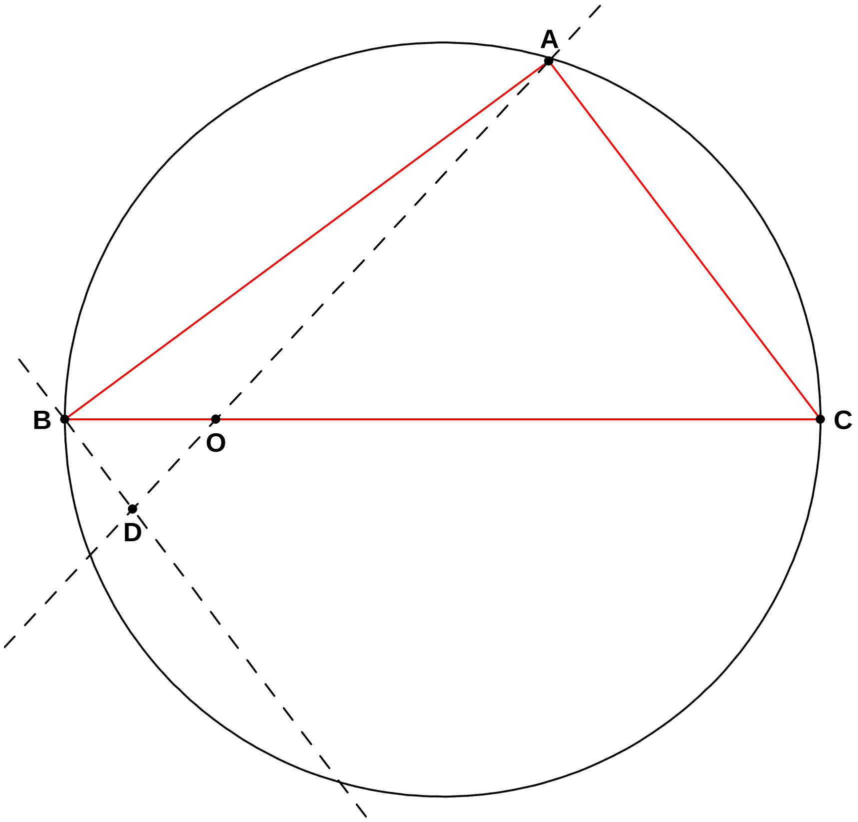
$x_{A'} = \dfrac{x_B + x_C}{2} = \dfrac{-1+7}{2} = \dfrac{6}{2} = 3$ et $y_{A'} = \dfrac{y_B + y_C}{2} = \dfrac{2+2}{2} = \dfrac{4}{2} = 2$. **Les coordonnées de A' sont (3 ; 2).**

4) On a $\overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AB}$ donc **le quadrilatère ABDC est un parallélogramme.**
De plus AB = AC et un parallélogramme avec 2 cotés consécutifs de mêmes longueurs est un losange donc **ABDC est un losange**.

5) ABDC est un parallélogramme alors ses diagonales se coupent en leur milieu.
Comme A' est le milieu de la diagonale [BC] alors **A' est aussi le milieu du segment [AD]** qui est la deuxième diagonale.

Exercice 2 :

1)



2) Le triangle ABC est inscrit dans le cercle *C* dont le diamètre [BC] est un des côtés du triangle ABC donc **le triangle ABC est rectangle en A.**

3) Dans le triangle rectangle ABC rectangle A, on a d'après le théorème de Pythagore :

$BC^2 = AB^2 + AC^2$ soit $AC^2 = BC^2 - AB^2$

$= 100 - 64$

$= 36$ donc $\mathbf{AC = \sqrt{36} = 6}$ **cm**

4) Dans le triangle rectangle ABC rectangle A, on a :

$\cos \widehat{ABC} = \dfrac{BA}{BC}$ soit $\cos \widehat{ABC} = \dfrac{8}{10} = \dfrac{4}{5}$

A l'aide de la calculatrice on trouve $\mathbf{\widehat{ABC} = 37°}$ **(au degré près)**

5) Dans les triangles BOD et AOC,

Les points B,O,C et D,O,A sont alignés dans le même ordre

Les droites (AC) et (BD) sont parallèles

Donc d'après le théorème de Thalès on a :

$$\frac{OB}{OC} = \frac{OD}{OA} = \frac{BD}{AC}$$

On a OB = 2 donc OC = BC – OB = 8 car le point O est un point du segment [BC].

On a AC = 6.

Donc l'égalité $\dfrac{OB}{OC} = \dfrac{BD}{AC}$ donc $BD = \dfrac{OB \times AC}{OC}$

soit $BD = \dfrac{2 \times 6}{8} = \dfrac{3}{2}$ soit **BD = 1,5 cm**

PROBLEME
(12 points)

1) 30 minutes = 30×60 = 1800 secondes et $\frac{1800}{15} = 120$.

Le nombre de messages au maximum que pourra envoyer un téléspectateur pendant le temps de vote sera de 120.

2)

Société	Pamplemousse	Triangle Vert	Brique Mobile
Coût, en euros, pour 50 SMS	**$9 + 0,15 \times 50$ = 16,5**	**$0,30 \times 50$ = 15**	**21**

3) soit x le nombre de SMS envoyés par un téléspectateur.

- Société Pamplemousse : un forfait de 9 € et 0,15 € par SMS : Donc **P(x) = 9 + 0,15x**
- Société Triangle Vert : 0,30 € par SMS : Donc **T(x) = 0,30x**
- Société Brique Mobile : 21 € pour un nombre de SMS illimité. Donc **B(x) = 21**

4) f(x) = 0,15 x + 9, g(x) = 0,30x et h(x) = 21.
Graphe à la fin de l'exercice.

5)

a) **La proposition de la société Brique Mobile devient intéressante pour x > 80 soit à partir de 80 SMS** en effet la droite représentant h est au dessous des 2 autres pour x < 80.

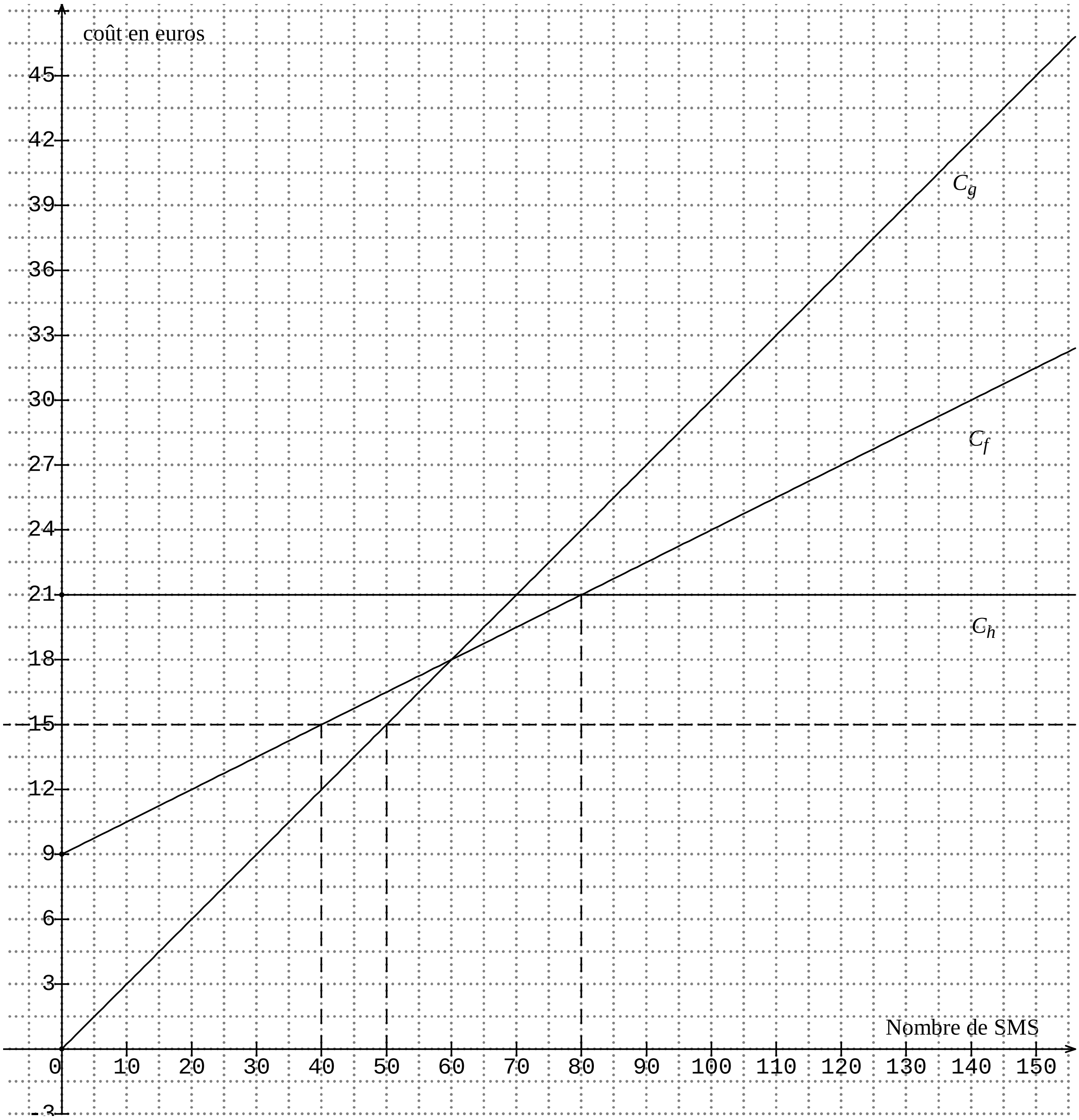
b) La droite d'équation y = 15 coupe les droites représentants f et g en deux valeur de x.
Pour g, on a x = 50 et pour f, on a x = 40.
Arthur doit choisir la société pour laquelle la valeur de x est la plus grande.
Il choisira donc la société triangle Vert et pourra ainsi envoyer 50 SMS.

6) $724\,560 \times \frac{60}{100} = 434\,736$.

Il y a donc 434 736 SMS qui ont été envoyé pour DJ Carmen pendant le temps de vote de 30 minutes soit 1800 secondes.

On a $\frac{434\,736}{1800} = 242$ à l'unité prés

Le nombre de SMS envoyés par seconde pour DJ Carmen est d'environ 242.


coût en euros
45
42
39
36
33
30
27
24
21
18
15
12
9
6
3
-3
0
10
20
30
40
50
60
70
80
90
100
110
120
130
140
150
Nombre de SMS
C_g
C_f
C_h