Activité Numériques
sur 12 points

Exercice 1 :

1. $A = \frac{2}{7} \div \frac{5}{21} - \frac{4}{3}$

$= \frac{2}{7} \times \frac{21}{5} - \frac{4}{3}$

$= \frac{2 \times 7 \times 3}{7 \times 5} - \frac{4}{3}$

$= \frac{6}{5} - \frac{4}{3}$

$= \frac{18}{15} - \frac{20}{15}$

$\mathbf{A = -\frac{2}{15}}$

2. $B = \frac{10 \times 2{,}4 \times 10^{2}}{8 \times 10^{-3}}$

$= \frac{10 \times 24 \times 10^{-1} \times 10^{2}}{8 \times 10^{-3}}$

$= \frac{24}{8} \times \frac{10^{1-1+2}}{10^{-3}}$

$= 3 \times 10^{2+3}$

$\mathbf{B = 3 \times 10^{5}}$

a) En notation scientifique. : $\mathbf{B = 3 \times 10^{5}}$

b) En notation décimale. : **B = 300000**

Exercice 2 :

1. Calculons le PGCD de 682 et 496 avec l'algorithme des différences :

682 – 496 = 186 Donc PGCD(682 ; 496) = PGCD(496 ; 186)
496 – 186 = 310 Donc PGCD(496 ; 186) = PGCD(310 ; 186)
310 – 186 = 124 Donc PGCD(310 ; 186) = PGCD(186 ; 124)
186 – 124 = 62 Donc PGCD(186 ; 124) = PGCD(124 ; 62)
124 – 62 = 62 Donc PGCD(124 ; 62) = PGCD(62 ; 62)
62 – 62 = 0
La dernière différence non nulle est 62
Donc **PGCD(682 ; 496) = 62**

Autre méthode avec l'algorithme d'Euclide :
$682 = 496 \times 1 + 186$
$496 = 186 \times 2 + 124$
$186 = 124 \times 1 + 62$
$124 = 62 \times 2 + 0$
Le dernier reste non nul est 62 donc **PGCD(682 ; 496) = 62**

2. $682 = 62 \times 11$ et $496 = 62 \times 8$

Donc $\mathbf{\frac{682}{496}} = \frac{62 \times 11}{62 \times 8} = \mathbf{\frac{11}{8}}$.

Exercice 3 :

1. $D = (3x + 1)^2 - 9$
$= (3x)^2 + 2 \times 3x \times 1 + 1^2 - 9$ On utilise $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$
$= 9x^2 + 6x + 1 - 9$
$\mathbf{D = 9x^2 + 6x - 8}$

2. $D = (3x + 1)^2 - 9$
$= (3x + 1)^2 - 3^2$ On reconnaît l'identité remarquable $a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$
$= [(3x + 1) - 3][(3x + 1) + 3]$
$\mathbf{D = (3x - 2)(3x + 4)}$

3. $(3x - 2)(3x + 4) = 0$.
Un produit de facteurs est nul si l'un au moins des facteurs est nul.

$3x - 2 = 0$ ou $3x + 4 = 0$
$3x = 2$ ou $3x = -4$
$x = \frac{2}{3}$ ou $x = -\frac{4}{3}$

Les solutions de cette équation sont : $\mathbf{\frac{2}{3}}$ **et** $\mathbf{-\frac{4}{3}}$

4. La forme développée de D est la plus appropriée pour ce calcul
Pour $x = \sqrt{2}$, $D = 9\left(\sqrt{2}\right)^2 + 6\sqrt{2} - 8$
$= 9 \times 2 + 6\sqrt{2} - 8$
$\mathbf{= 10 + 6\sqrt{2}}$

Exercice 4 :

1. Effectif total de l'équipage : 1 + 4 + 3 + 2 **= 10**

2. Age moyen des équipiers de ce voilier :
$$\frac{1 \times 18 + 4 \times 20 + 3 \times 22 + 2 \times 28}{10} = \mathbf{22}$$

3.

âge des équipiers	18	20	22	28
Nombre des équipiers	1	4	3	2
Effectifs cumulés croissants	1	5	8	10

La moitié de l'effectif total est $\frac{10}{2}$ soit 5
La médiane des âges est la valeur à partir de laquelle l'effectif cumulé devient supérieur ou égal à la moitie de l'effectif total.
Cette valeur est située entre 20 et 22. **21 est alors la valeur de la médiane des âges**
La médiane est la valeur qui partage le groupe en deux sous groupes de même effectif.

Activités Géométriques
12 points

Exercice 1 :

1.

a) Dans le triangle EFG rectangle E, d'après le théorème de Pythagore :

$FG^2 = EF^2 + EG^2$ soit $EF^2 = FG^2 - EG^2$

$= 7{,}5^2 - 4{,}5^2$

$= 36$

Soit EF = 6 cm.

b) Dans le triangle EFG rectangle en E :

$\tan\left(\widehat{EGF}\right) = \dfrac{EF}{EG} = \dfrac{6}{4{,}5} = \dfrac{60}{45} = \dfrac{4}{3}$ soit $\widehat{EGF}$ **= 53°** au degré près.

2.

a) D'après les configurations géométriques codées sur la figure les droites (DC) et (EF) sont perpendiculaires à la même droite (BG).
Or si deux droites sont perpendiculaires à une même troisième alors elles sont parallèles entre elles
Donc les droites (DC) et (EF) sont parallèles.

b) Dans les triangles EFG et GCD :
- les points G, E, C et G, F, D sont alignés dans le même ordre
- Les droites (EF) et (CD) sont parallèles.

D'après le théorème de Thalès : $\dfrac{GE}{GC} = \dfrac{GF}{GD} = \dfrac{EF}{CD}$ donc $\dfrac{4{,}5}{7{,}5 + 4{,}5} = \dfrac{7{,}5}{GD} = \dfrac{6}{CD}$

Par conséquent **CD** = $\dfrac{6(7{,}5 + 4{,}5)}{4{,}5}$ = **16.**

3. Dans le triangle BAC, le plus grand côté est [AC].
D'une part $AC^2 = 625$ D'autre part $AB^2 + BC^2 = 576 + 49 = 625$
Donc $AC^2 = AB^2 + BC^2$
D'après la réciproque du théorème de Pythagore, le triangle BAC est rectangle en B.

Exercice 2 :

4.

a) Le volume du cylindre vaut : $\pi R^2 h$ avec R = 1,5 m et h = 5 m
Le volume du cylindre vaut donc : $3{,}14 \times 1{,}5^2 \times 5$ **= 35,325 m³**

b) $35{,}325 \text{ m}^3 = 35{,}325 \times 10^3 \text{ dm}^3 = 35325 \text{ dm}^3$
Comme un litre est égal à un décimètre cube, le volume d'eau en litre que peut contenir ce cylindre est **35325 litres**

5.

a) Le volume d'une demi boule vaut : $\dfrac{1}{2} \times \dfrac{4}{3} \pi R^3$ avec R = 1,5 m

Le volume total en m^3 que représente ces deux demi boules est donc : $2 \times \frac{1}{2} \times \frac{4}{3} \pi R^3$

Ce volume vaut : $\frac{4}{3} \times 3{,}14 \times 1{,}5^3$ **= 14,13 m^3**

b) Le volume total de la quille est égale à la somme des volumes du cylindre et des deux demi boules, il vaut : 35,325 + 14,13 soit **49,455 m^3**

6. La quille est remplie à 20 % de sa capacité maximale.
Le volume d'eau en m^3 que contient la quille est : $\frac{20}{100} \times 49{,}455$ = **9,891 m^3.**

Problème
sur 12 points

PARTIE 1 :

1. Voir figure

2.

a) B est le milieu de [PM].

Les coordonnées de B sont : $\left(\frac{x_P + x_M}{2}, \frac{y_P + y_M}{2}\right)$ soit $\left(\mathbf{-\frac{1}{2}, -\frac{1}{4}}\right)$

b) Voir figure

3.

a) $PM = \sqrt{(x_M - x_P)^2 + (y_M - y_P)^2}$
$= \sqrt{(4 + 5)^2 + (2 + 2{,}5)^2}$
$= \sqrt{81 + 20{,}25}$
$PM = \sqrt{101{,}25}$
Donc **PM ≈ 10 unités.**

b) On sait que une unité représente 0,5 mille marin donc PM = 5 mille marin
La distance à vol d'oiseau de la Pointe du Mahury à l'îlet La Mère est 5 mille marin soit 5 × 1,852 = 9,26 km.

PARTIE II :

1. $f(x) = -\frac{3}{2}x$: $f(-5) = 7{,}5 \neq -2{,}5$
La droite (PQ) n'est pas la représentation graphique de la fonction f.

$h(x) = 5$: $h(-5) = 5 \neq -2{,}5$
La droite (PQ) n'est pas la représentation graphique de la fonction h.

$g(x) = \frac{3}{2}x + 5$: $g(-5) = -2{,}5$ et $g(1) = 6{,}5$
La droite (PQ) est donc la représentation graphique de la fonction g.

2. $g(-4) = -\frac{12}{2} + 5 = -1$

Le point D appartient à la droite (PQ).

<u>PARTIE III :</u>

1. Graphiquement les coordonnées de $\overrightarrow{DO}$ sont $\begin{pmatrix} \mathbf{4} \\ \mathbf{1} \end{pmatrix}$

2. Voir figure.

3. V est l'image de P par la translation de vecteur $\overrightarrow{DO}$ donc $\overrightarrow{PV} = \overrightarrow{DO}$

$\overrightarrow{PV}\begin{pmatrix} x_V + 5 \\ y_V + 2,5 \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{DO}\begin{pmatrix} 4 \\ 1 \end{pmatrix}$

Donc $x_V + 5 = 4$ et $y_V + 2,5 = 1$

Soit $x_V = -1$ et $y_V = -1,5$

Les coordonnées de V sont (–1 ; – 1,5).

<u>ANNEXE A REMETTRE</u>