

Activité Numériques
sur 12 points

Exercice 1 :

$$\begin{aligned}
 1. A &= \frac{-\frac{3}{4} + \frac{1}{2}}{\frac{2}{5} - \frac{5}{2}} \\
 &= \frac{-\frac{3}{4} + \frac{2}{4}}{\frac{4}{10} - \frac{25}{10}} \\
 &= \frac{-\frac{1}{4}}{-\frac{21}{10}} \\
 &= \frac{1}{4} \times \frac{10}{21} \\
 &= \frac{1 \times 5 \times 2}{2 \times 2 \times 21} \\
 \mathbf{A} &= \frac{\mathbf{5}}{\mathbf{42}}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 2. B &= \frac{3 \times 10^3 \times 2 \times 10^{-1}}{12 \times 10^{-2}} \\
 &= \frac{3 \times 2}{12} \times \frac{10^3 \times 10^{-1}}{10^{-2}} \\
 &= \frac{3 \times 2}{3 \times 2 \times 2} \times 10^{3-1+2} \\
 &= \frac{1}{2} \times 10^4 \\
 &= 0,5 \times 10^4 \\
 &= 5 \times 10^{-1} \times 10^4 \\
 \mathbf{B} &= \mathbf{5 \times 10^3}
 \end{aligned}$$

Exercice 2 :

$$\begin{aligned}
 1. C &= (x-1)(2x+5) - (x-1)^2 \\
 &= x \times 2x + 5 \times x - 1 \times 2x - 1 \times 5 - (x^2 - 2 \times x \times 1 + 1) \\
 &= 2x^2 + 5x - 2x - 5 - x^2 + 2x - 1 \\
 \mathbf{C} &= \mathbf{x^2 + 5x - 6}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 2. C &= (x-1)(2x+5) - (x-1)^2 \\
 &= \underline{(x-1)}(2x+5) - \underline{(x-1)}(x-1) \\
 &= (x-1)[(2x+5) - (x-1)] \\
 &= (x-1)(2x+5-x+1) \\
 \mathbf{C} &= \mathbf{(x-1)(x+6)}
 \end{aligned}$$

3. $(x - 1)(x + 6) = 0$.

Un produit de facteurs est nul si l'un au moins des facteurs est nul.

$$x - 1 = 0 \quad \text{ou} \quad x + 6 = 0$$

$$x = 1 \quad \text{ou} \quad x = -6$$

Les solutions de cette équation sont : **1 et -6**.

Exercice 3 :

1. Entre 2001 et 2002 la population martiniquaise est passée de 386 à 388 milliers **elle a donc augmentée**.

Entre 2001 et 2002 la population des femmes martiniquaises est passée de 206 à 205 milliers **elle a donc diminuée**.

2. En 2002 il y avait 58 de femmes de moins de 20 ans en Martinique.

En 2001 il y avait $57 + 53 + 43$ soit **153 milliers hommes** de moins de 60 ans en Martinique.

3. En 2001 il y avait en Martinique 21 milliers personnes de 75 ans et plus sur une population totale de 386 milliers ce qui correspond à un pourcentage de : $\frac{21}{386} \times 100 = 5,4\%$ au dixième près.

4. En 2002 il y avait 388 milliers de personnes en Martinique et 59342 milliers en France métropolitaine.

$$\text{On } 150 \times 388 = 58200 < 59342$$

On peut donc dire que, en 2002, la population métropolitaine est plus de 150 fois plus importante que celle de la Martinique.

Activités Géométriques
12 points

Exercice 1 :

1. Voir figure.

Graphiquement les coordonnées du vecteur \overrightarrow{AB} sont $\begin{pmatrix} 3 \\ 1 \end{pmatrix}$.

2. Voir figure.

Les points R et C sont les images respectives des points O et B dans la translation de vecteur \overrightarrow{AB} donc $\overrightarrow{OR} = \overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AB}$.

$$\overrightarrow{OR} \begin{pmatrix} x_R \\ y_R \end{pmatrix}; \quad \overrightarrow{BC} \begin{pmatrix} x_C - 1 \\ y_C - 2 \end{pmatrix} \quad \text{et} \quad \overrightarrow{AB} \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$\text{Donc} \begin{cases} x_R = 3 \\ y_R = 1 \end{cases} \quad \text{et} \quad \begin{cases} x_C = 4 \\ y_C = 3 \end{cases}$$

Les coordonnées de R sont (3 ; 1) et ceux de C sont (4 ; 3).

3. Deux vecteurs égaux à \overrightarrow{AB} sont \overrightarrow{OR} et \overrightarrow{BC}
Comme $\overrightarrow{OR} = \overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AB}$ on a donc $\overrightarrow{OR} = \overrightarrow{BC}$
BCRO est donc un parallélogramme.

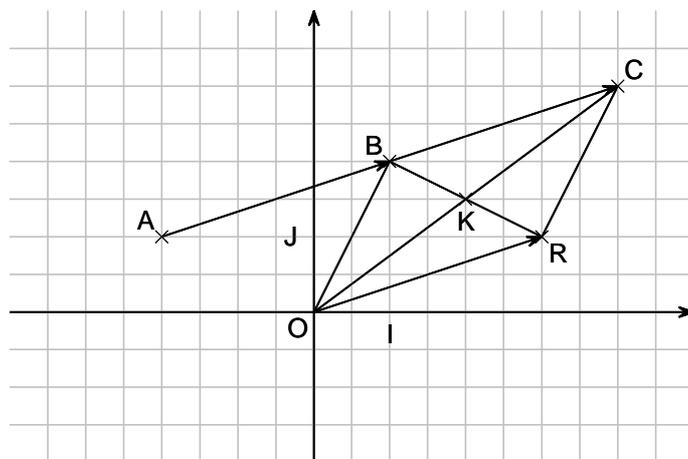
4. $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{OB}$ (relation de Chasles)
 $\overrightarrow{CB} + \overrightarrow{CR} = \overrightarrow{CO}$

Justification même si cela n'est pas demandé :

$$\overrightarrow{CB} + \overrightarrow{CR} = \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{BO} \quad (\overrightarrow{CR} = \overrightarrow{BO} \text{ car BCRO est un parallélogramme}) \\ = \overrightarrow{CO} \quad (\text{relation de Chasles})$$

5. K est le centre du parallélogramme BCRO c'est donc le milieu du segment [OC]

Les coordonnées de K sont donc : $\left(\frac{x_C + x_O}{2}, \frac{y_C + y_O}{2} \right)$ soit $\left(2, \frac{3}{2} \right)$.



Exercice 2 :

1. Dans les triangles OAB et OMP :

Les points O, M, A et O, P, B sont alignés dans le même ordre

$$\text{De plus } \frac{OM}{OA} = \frac{3,9}{3,9 + 2,1} = \frac{3,9}{6} = \frac{39}{60} = \frac{13}{20} \quad \text{et} \quad \frac{OP}{OB} = \frac{5,2}{5,2 + 2,8} = \frac{5,2}{8} = \frac{52}{80} = \frac{13}{20}$$

$$\text{Donc } \frac{OM}{OA} = \frac{OP}{OB}$$

D'après la réciproque du théorème de Thalès, **les droites (MP) et (AB) sont parallèles.**

2. Dans les triangles OAB et OMP :

- les points O, M, A et O, P, B sont alignés dans le même ordre

- Les droites (MP) et (AB) sont parallèles.

$$\text{D'après le théorème de Thalès : } \frac{OM}{OA} = \frac{OP}{OB} = \frac{MP}{AB} \text{ donc } \frac{3,9}{6} = \frac{5,2}{8} = \frac{6,5}{AB} = \frac{13}{20}$$

$$\text{Par conséquent } \mathbf{AB} = \frac{20 \times 6,5}{13} = \mathbf{10 \text{ cm.}}$$

3. Dans le triangle OAB, le plus grand côté est [AB].

$$\text{D'une part } AB^2 = 100 \quad \text{D'autre part } OA^2 + OB^2 = 36 + 64 = 100$$

$$\text{Donc } AB^2 = OA^2 + OB^2$$

D'après la réciproque du théorème de Pythagore, le triangle OAB est rectangle en OB.

Exercice 3 :

1. M est un point du cercle de diamètre [HA]. Le triangle MAH est donc inscrit dans un cercle dont le diamètre est un des côtés du triangle. **MAH est donc un triangle rectangle en M.**

2. Dans le triangle MHA rectangle en M :

$$\sin(\widehat{MHA}) = \frac{MA}{HA} = \frac{5,3}{9} \quad \text{soit } \widehat{MHA} = \mathbf{36^\circ} \text{ au degré près.}$$

3. Dans le triangle rectangle MHA on a $\widehat{MHA} = 36^\circ$ et $\widehat{HMA} = 90^\circ$ donc l'angle \widehat{HAM} mesure : $180 - 90 - 36 = 54^\circ$.

Les angles \widehat{HTM} et \widehat{HAM} interceptent le même arc de cercle \widehat{MH} donc $\widehat{HTM} = \widehat{HAM} = \mathbf{54^\circ}$.

Problème
sur 12 points

1.

Durée (en minutes)	30	45	60	90
ABONNEMENT A (en €)	28	32,5	37	46
ABONNEMENT B (en €)	35	38	41	47

2. Soit x le nombre de minutes et y le prix de la communication à payer en fonction du temps.

ABONNEMENT A : abonnement 19 €, puis 0,30 € la minute de communication

Donc $y_A = 19 + 0,3x$

ABONNEMENT B : abonnement 29 €, puis 0,20 € la minute de communication

Donc $y_B = 29 + 0,2x$

3. Le nombre de minutes correspondant à un montant de 151 € pour l'abonnement A est la solution de l'équation : $19 + 0,30x = 151$.

$$19 + 0,30x = 151$$

$$0,30x = 151 - 19$$

$$0,30x = 132$$

$$x = \frac{132}{0,30}$$

$$\mathbf{x = 440}$$

Le nombre de minutes correspondant à un montant de 151 € pour l'abonnement A est 440.

4. f est une fonction affine. Sa représentation graphique est une droite d qui passe donc par les points de coordonnées (30 ; 28) et (90 ; 46).

g est une fonction affine. Sa représentation graphique est une droite d' qui passe donc par les points de coordonnées (30 ; 35) et (90 ; 47).

Voir graphique

5. a) $19 + 0,3x = 29 + 0,2x$ équivaut à $0,3x - 0,2x = 29 - 19$

$$0,1x = 10$$

$$x = \frac{10}{0,1}$$

$$\mathbf{x = 100}$$

L'équation $19 + 0,3x = 29 + 0,2x$ a pour solution : 100

Le nombre de minutes pour lequel les 2 tarifs sont égaux est la solution de l'équation :

$$f(x) = g(x) \text{ soit } 19 + 0,3x = 29 + 0,2x$$

Les 2 tarifs sont égaux pour un 100 minutes

b) Le tarif le plus avantageux si l'on consomme moins d'une heure de communication par mois est le tarif de l'abonnement A.

6. a) Graphiquement le nombre de minutes dont on disposera pour un montant de 70 €, si l'on choisit l'abonnement A est **170** (point d'ordonnées 70).

b) On veut $f(x) = 70$ soit $19 + 0,3x = 70$
 $0,3x = 70 - 19$
 $x = \frac{51}{0,3}$
 $x = 170$

