Activité Numériques
sur 12 points

Exercice 1 :

1. $A = \dfrac{3 - \dfrac{2}{3}}{\dfrac{4}{3} \times 7}$

$= \dfrac{\dfrac{9}{3} - \dfrac{2}{3}}{\dfrac{28}{3}}$

$= \dfrac{\dfrac{7}{3}}{\dfrac{28}{3}}$

$= \dfrac{7}{3} \times \dfrac{3}{28}$

$= \dfrac{7 \times 3}{3 \times 7 \times 4}$

$\mathbf{A = \dfrac{1}{4}}$

2. $B = \sqrt{300} - 4\sqrt{3} + 3\sqrt{12}$

$= \sqrt{3 \times 100} - 4\sqrt{3} + 3\sqrt{4 \times 3}$

$= \sqrt{100} \times \sqrt{3} - 4\sqrt{3} + 3 \times \sqrt{4} \times \sqrt{3}$

$= 10\sqrt{3} - 4\sqrt{3} + 6\sqrt{3}$

$\mathbf{B = 12\sqrt{3}}$

3. $C = \dfrac{49 \times 10^{3} \times 6 \times 10^{-10}}{14 \times 10^{-2}}$

$= \dfrac{49 \times 6}{14} \times \dfrac{10^{3-10}}{10^{-2}}$

$= \dfrac{7 \times 7 \times 3 \times 2}{7 \times 2} \times 10^{-7+2}$

$= 21 \times 10^{-5}$

$= 2{,}1 \times 10 \times 10^{-5}$

$\mathbf{C = 2{,}1 \times 10^{-4}}$

Exercice 2 :

1. $D = (2x - 3)(5 - x) + (2x - 3)^2$
$= 2x \times 5 - 2x \times x - 3 \times 5 + 3 \times x + (2x)^2 - 2 \times 3 \times 2x + 3^2$
$= 10x - 2x^2 - 15 + 3x + 4x^2 - 12x + 9$
$\mathbf{D = 2x^2 + x - 6}$

2. $D = (2x - 3)(5 - x) + (2x - 3)^2$
$= \underline{(2x - 3)}(5 - x) + (2x - 3)\underline{(2x - 3)}$
$= (2x - 3)[(5 - x) + (2x - 3)]$
$= (2x - 3)(5 - x + 2x - 3)$
$\mathbf{D = (2x - 3)(x + 2)}$

3. $(2x - 3)(x + 2) = 0$

Un produit de facteurs est nul si l'un au moins des facteurs est nul.
$2x - 3 = 0$ ou $x + 2 = 0$
$2x = 3$ ou $x = -2$
$x = \frac{3}{2}$

Les solutions de cette équation sont : $\mathbf{-2}$ **et** $\mathbf{\frac{3}{2}}$.

Exercice 3 :

1. Résolvons ce système par combinaison (ou addition) :

$$\begin{cases} 6x + 5y = 57 \\ 3x + 7y = 55,5 \quad (\times -2) \end{cases}$$

$$\begin{cases} 6x + 5y = 57 \\ -6x - 14y = -111 \end{cases}$$

On additionne membres à membres :
$6x - 6x + 5y - 14y = 57 - 111$
soit $-9y = -54$
$y = \frac{54}{9}$
$y = 6$
On reporte $y = 6$ dans l'équation $6x + 5y = 57$:
$6x + 30 = 57$
soit $6x = 27$
$x = \frac{27}{6}$
$x = \frac{9}{2} = 4,5$

Le couple (4,5 ; 6) est solution du système d'équations.

2. Soit x le prix d'une boîte et y celui d'un album.

Léa achète 6 boîtes et 5 albums et paie 57 € se traduit par : $6x + 5y = 57$.

Hugo achète 3 boîtes et 7 albums et paie 55,50 € se traduit par : $3x + 7y = 55,5$

On retrouve le système de la question 1. donc $x = 4,5$ et $y = 6$.

Le prix d'une boîte est 4,5 €, celui d'un album 6 €

Activités Géométriques
sur 12 points

Exercice 1 :

1. Dans les triangles CAB et CGF :
- les points A, C, F et B, C, G sont alignés dans le même ordre
- Les droites (AB) et (GF) sont parallèles.

D'après le théorème de Thalès : $\frac{CA}{CF} = \frac{CB}{CG} = \frac{AB}{GF}$ donc $\frac{CA}{8,4} = \frac{CB}{CG} = \frac{3}{11,2}$

Par conséquent CA = $\frac{3 \times 8,4}{11,2}$ = **2,25 cm.**

2. Dans les triangles FED et FGC :
- les points F, E, G et F, D, C sont alignés dans le même ordre

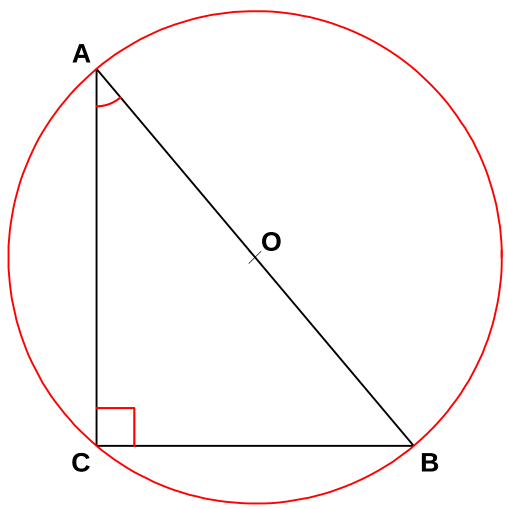
De plus $\frac{FD}{FC} = \frac{6,3}{8,4} = 0,75$ et $\frac{FE}{FG} = \frac{8,4}{11,2} = 0,75$

Donc $\frac{FD}{FC} = \frac{FE}{FG}$

D'après la réciproque du théorème de Thalès, **les droites (DE) et (CG) sont parallèles.**

Exercice 2 :

1.



2. Dans le triangle ABC rectangle en C on a

$\tan \widehat{BAC} = \dfrac{BC}{AC}$ soit $BC = AC \tan \widehat{BAC}$

$= 5 \tan 40°$

BC = 4,2 cm au millimètre près.

3.

a. Le cercle circonscrit à un triangle rectangle a pour diamètre son hypoténuse donc pour centre le milieu de l'hypoténuse.
Le centre O du cercle circonscrit au triangle ABC est donc le milieu du segment [BA].

b. Voir dessin.

4. Les angles $\widehat{BAC}$ et $\widehat{BOC}$ interceptent le même arc de cercle $\overset{\frown}{BC}$.
$\widehat{BOC}$ est l'angle au centre, $\widehat{BAC}$ est l'angle inscrit donc $\widehat{BOC} = 2\,\widehat{BAC}$
Donc **l'angle $\widehat{BOC}$ a pour mesure 80°.**

Exercice 3 :

1. ABCD est un rectangle donc le triangle ABD est un triangle rectangle en A
Dans ABD rectangle A, d'après le théorème de Pythagore :
$BD^2 = AB^2 + AD^2$ soit $AD^2 = BD^2 - AB^2$

$= 25 - 9$

$= 16$ soit **AD = 4 cm.**

2. Volume de la pyramide SABCD en cm^3 :

$$V_{SABCD} = \frac{1}{3}(\text{Aire de la base ABCD}) \times (\text{hauteur SO})$$
$$= \frac{1}{3} \times AB \times AD \times SO$$
$$= \frac{1}{3} \times 3 \times 4 \times 6$$
$$= 24 \text{ cm}^3$$

3. **a.** Le plan passant par O' est parallèle à la base ABCD qui est un rectangle, la section A'B'C'D' est donc **un rectangle.**

b. La pyramide SA'B'C'D' est une réduction de la pyramide SABCD.
On a $SO' = \frac{1}{2}SO$ car O' est le milieu de [SO]

Le rapport de la réduction est donc $\mathbf{\frac{1}{2}}$.

c. Volume de la pyramide SA'B'C'D' :

$$V_{SA'B'C'D'} = \left(\frac{1}{2}\right)^3 \times V_{SABCD}$$
$$= \frac{1}{8} \times 24 \text{ soit} \qquad \mathbf{V_{SA'B'C'D'} = 3 \text{ cm}^3}$$

Problème
sur 12 points

1. Yann est adhérent au club des sports de la station. Sachant qu'il a déjà payé sa cotisation annuelle, il bénéficie donc d'une réduction de 30 % sur le prix de chaque journée à 20 euros.

Montant de la réduction : $30 \times \frac{20}{100} = 6$

Il devra payer 20 – 6 soit **14 euros par journée de ski.**

2.

Nombre de jours de ski pour la saison 2004-2005	5	8	**11**
Coût en euros avec le tarif A	100	**160**	220
Coût en euros avec le tarif B	130	**172**	**214**

3. On appelle x le nombre de journée de ski durant la saison 2004-2005.

a. Avec le tarif A, chaque journée de ski coûte 20 euros donc : $C_A = 20x$

b. Avec le tarif B, la cotisation s'élève à 60 euros et chaque journée de ski coûte 14 euros donc : $C_B = 60 + 14x$

4. Yann adhérent au club on lui a donc appliqué le tarif B.
On doit résoudre l'équation : $242 = 60 + 14x$

$$14x = 242 - 60$$
$$x = \frac{182}{14}$$
$$x = 13.$$

Yann a donc skié 13 jours.

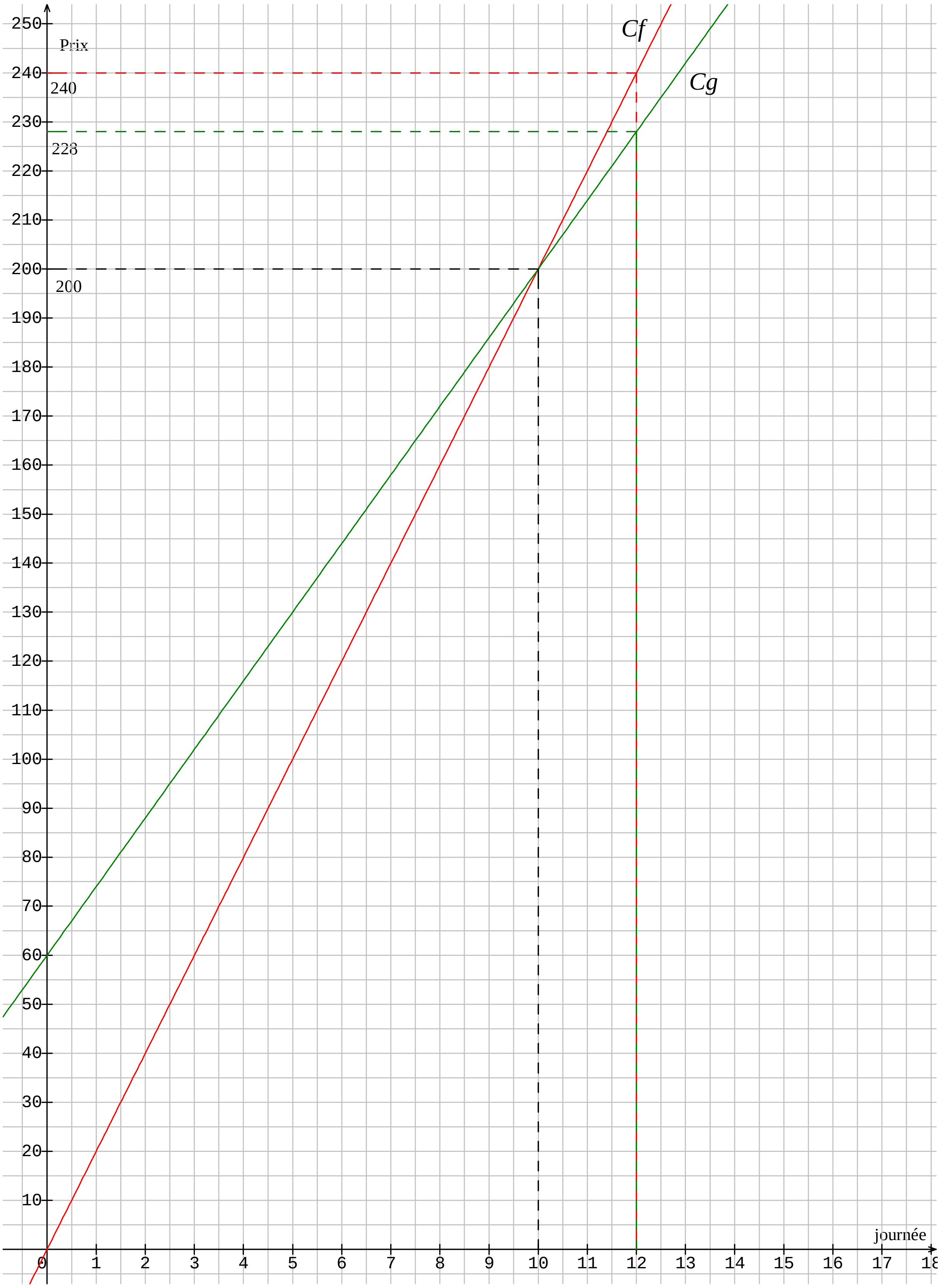
5. Soit $f : x \mapsto 20x$. f est une fonction linéaire. Sa représentation graphique est une droite d qui passe donc par l'origine du repère et par le point de coordonnées (11 ; 220).
Soit $g : x \mapsto 14x + 60$. g est une fonction affine. Sa représentation graphique est une droite d' qui passe donc par les points de coordonnées (0 ; 60) et (11 ;214).

Voir graphique page suivante

6.

a. **Le tarif le plus avantageux est le tarif B (point d'abscisse 12 le plus bas). Le prix correspondant est 228 €**

b. Les deux droites se coupent au point d'abscisse 10 et d'ordonnée 200.
Chloé a donc prévu de faire 10 journées de ski et paiera 200 €


Prix
250
240
230
220
210
200
190
180
170
160
150
140
130
120
110
100
90
80
70
60
50
40
30
20
10
240
228
200
Cf
Cg
journée
0
1
2
3
4
5
6
7
8
9
10
11
12
13
14
15
16
17