

ACTIVITÉS NUMÉRIQUES (12 POINTS)

Exercice 1

Cet exercice est un exercice à choix multiples (QCM). Pour chaque question, une seule réponse est exacte. Une réponse correcte rapportera 1 point. L'absence de réponse ou une réponse fausse ne retirera aucun point.

Indiquer, sur la copie, le numéro de la question et la réponse.

Aucune justification n'est demandée

	Questions	Réponse A	Réponse B	Réponse C
1	$-5\sqrt{2} + \sqrt{8} = \dots$	$-3\sqrt{2}$	-4, 243	$-5\sqrt{10}$
2	Un carré de côté $3\sqrt{2}$ a pour aire :	6	$12\sqrt{2}$	18
3	L'expression factorisée de $x^2 - 16$	n'existe pas	est $(x - 4)(x + 4)$	est $(x - 4)^2$
4	Les solutions de l'inéquation $-2x - 1 < 3$ sont les nombres x tels que :	$x < -2$	$x > -2$	$x > -1$

Exercice 2

On propose deux programmes de calcul :

Programme A	Programme B
<ul style="list-style-type: none"> - Choisir un nombre. - Ajouter 3. - Calculer le carré du résultat obtenu. 	<ul style="list-style-type: none"> - Choisir un nombre. - Soustraire 5. - Calculer le carré du résultat obtenu.

1) On choisit 1 comme nombre de départ.

a) Quel résultat obtient-on avec le programme A ?

$$1 + 3 = 4$$

$$4^2 = 16$$

On obtient 16.

b) Quel résultat obtient-on avec le programme B ?

$$1 - 5 = -4$$

$$(-4)^2 = 16$$

On obtient 16.

c) Peut-on en déduire que ces deux programmes de calcul conduisent toujours aux mêmes résultats pour un même nombre de départ ? Justifier.

Le cas précédent est un cas particulier car on retrouve le même résultat.

Pour d'autres valeurs, ce n'est pas le cas.

Par exemple, quand on choisit 0, on obtient 9 avec le programme A et 25 avec le programme B.

2) Quel nombre de départ faut-il choisir pour que le résultat du programme A soit 0 ?

Soit x le nombre de départ.

Le résultat du programme A est $(x + 3)^2$.

Réolvons l'équation $(x + 3)^2 = 0$.

$$x + 3 = 0$$

$$x = -3$$

Il faut choisir le nombre -3 .

- 3) *Dans cette question, toute trace de recherche, même incomplète, ou d'initiative, même non fructueuse sera prise en compte dans l'évaluation.*

Quel(s) nombre(s) de départ faut-il choisir pour que le résultat du programme B soit 9 ?

Soit x le nombre de départ.

Le résultat du programme B est $(x - 5)^2$.

Réolvons l'équation $(x - 5)^2 = 9$.

$$x - 5 = 3 \quad \text{ou} \quad x - 5 = -3$$

$$x = 8 \quad \text{ou} \quad x = 2$$

Il faut choisir le nombre 2 ou le nombre 8.

Exercice 3

Un sac contient 6 jetons rouges et 2 jetons jaunes. On tire au hasard, chacun des jetons ayant la même probabilité d'être tiré.

- 1) Calculer la probabilité de tirer un jeton rouge.

Il y a 6 jetons rouges parmi 8.

La probabilité de tirer un jeton rouge est $\frac{6}{8} = \frac{3}{4}$.

- 2) Calculer la probabilité de tirer un jeton jaune.

Il y a 2 jetons jaunes parmi 8.

La probabilité de tirer un jeton jaune est $\frac{2}{8} = \frac{1}{4}$.

- 3) On ajoute dans ce sac des jetons verts. Le sac contient alors 6 jetons rouges, 2 jetons jaunes et les jetons verts. On tire un jeton au hasard.

Sachant que la probabilité de tirer un jeton vert est égale à $\frac{1}{2}$, calculer le nombre de jetons verts.

Il faut que la moitié des jetons soient verts.

Il faut donc 8 jetons verts.

Vérifions.

Il y a 8 jetons verts parmi 16.

La probabilité de tirer un jeton vert est $\frac{8}{16} = \frac{1}{2}$.

ACTIVITÉS GÉOMÉTRIQUES (12 POINTS)

Exercice 1

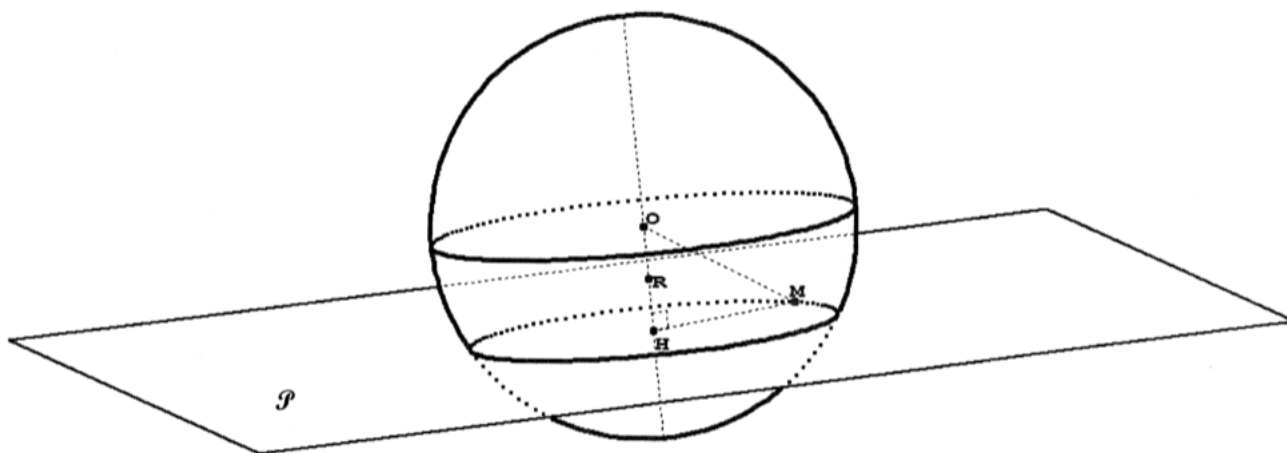
Cet exercice est un questionnaire à choix multiples (QCM). Aucune justification n'est demandée.

Pour chacune des questions, trois réponses sont proposées, une seule réponse est exacte.

Aucun point ne sera enlevé en cas de mauvaise réponse.

Pour chacune des 3 questions, indiquer sur votre copie le numéro de la question et recopier la réponse correcte.

Pour répondre aux questions, observer la figure ci-dessous :



- O est le centre de la sphère,
- le plan \mathcal{P} coupe la sphère suivant un cercle de centre H,
- M est un point de ce cercle,
- R est le milieu de [OH].

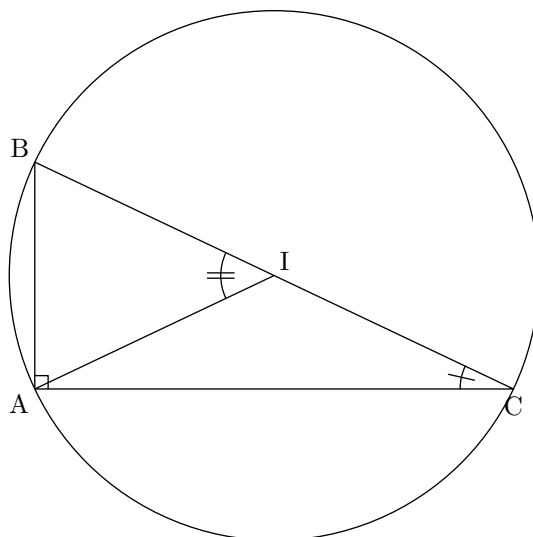
1)	Le point R appartient ...	à la sphère de centre O et de rayon OM.	<input type="checkbox"/> à la boule de centre O et de rayon OM.	<input type="checkbox"/> au plan \mathcal{P} .
2)	La distance du point O au plan \mathcal{P} est ...	OM	OR	<input type="checkbox"/> OH
3)	Si $OM = 11,7 \text{ cm}$ et $HM = 10,8 \text{ cm}$, alors $OH = \dots$	<input type="checkbox"/> 4,5 cm	1,2 cm	<input type="checkbox"/> est 20,25 cm

Exercice 2

ABC est un triangle rectangle en A tel que $CB = 7 \text{ cm}$ et $AB = 3 \text{ cm}$.

On appelle I le milieu du segment [CB].

- 1) Réaliser une figure en vraie grandeur.



- 2) Calculer la longueur exacte du segment [AC]. En donner la valeur arrondie au millimètre près.

Dans le triangle ABC rectangle en A,
d'après le théorème de Pythagore,
 $BA^2 + AC^2 = BC^2$

$$3^2 + AC^2 = 7^2$$

$$9 + AC^2 = 49$$

$$AC^2 = 40$$

$$AC = \sqrt{40} \quad \text{avec} \quad \sqrt{40} = \sqrt{4 \times 10} = 2\sqrt{10}$$

$$AC = 2\sqrt{10} \quad (\text{valeur exacte})$$

$$AC = 6,3 \text{ cm} \quad (\text{valeur arrondie au millimètre près})$$

- 3) Calculer la mesure de l'angle \widehat{ACB} arrondie à $0,1^\circ$ près.

Dans le triangle ABC rectangle en A,

$$\sin(\widehat{ACB}) = \frac{AB}{CB}$$

$$\sin(\widehat{ACB}) = \frac{3}{7}$$

D'après la calculatrice, $\widehat{ACB} = 25,4^\circ$ (valeur arrondie à $0,1^\circ$ près)

- 4) Tracer le cercle circonscrit au triangle ABC. En préciser le centre et le rayon.

Le triangle ABC est rectangle en A. Son cercle circonscrit a pour centre le milieu I de son hypoténuse [CB] et pour rayon la moitié de l'hypoténuse, donc $3,5 \text{ cm}$.

- 5) Calculer la mesure de l'angle \widehat{AIB} au degré près.

L'angle inscrit \widehat{ACB} et l'angle au centre \widehat{AIB} interceptent le même arc \widehat{AB} .

$$\text{Alors } \widehat{AIB} = 2\widehat{ACB}$$

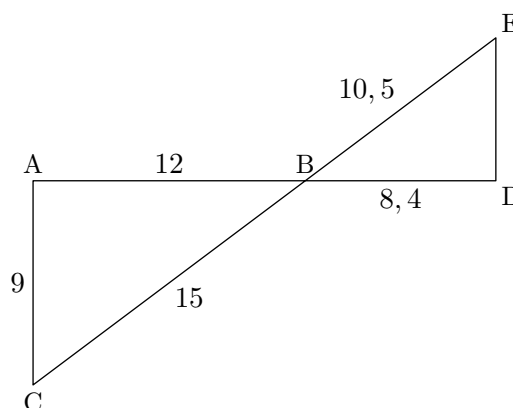
$$\widehat{AIB} = 51^\circ \quad (\text{valeur arrondie au degré près})$$

Exercice 3

On considère la figure ci-contre sur laquelle les dimensions ne sont pas respectées.

On ne demande pas de reproduire la figure. L'unité de longueur est le centimètre.

Les points A, B et D sont alignés ainsi que les points C, B et E.



$AB = 12$; $AC = 9$; $BC = 15$; $DB = 8,4$; $BE = 10,5$.

1) Montrer que les droites (AC) et (ED) sont parallèles.

D est sur (BA).

E est sur (BC).

L'ordre des points est respecté.

D'après la réciproque du théorème de Thalès,

si $\frac{BD}{BA} = \frac{BE}{BC}$, alors les droites (DE) et (AC) sont parallèles.

Vérifions :

$$\frac{BD}{BA} = \frac{8,4}{12} = \frac{84}{120} = \frac{7}{10}$$

$$\frac{BE}{BC} = \frac{10,5}{15} = \frac{21}{30} = \frac{7}{10}$$

Comme $\frac{BD}{BA} = \frac{BE}{BC}$, alors les droites (DE) et (AC) sont parallèles.

2) Calculer la longueur du segment [ED].

D est sur (BA).

E est sur (BC).

(DE) // (AC).

D'après le théorème de Thalès,

$$\frac{BD}{BA} = \frac{BE}{BC} = \frac{DE}{AC}$$

$$\frac{8,4}{12} = \frac{10,5}{15} = \frac{DE}{9}$$

$$\frac{7}{10} = \frac{DE}{9}$$

$$DE = \frac{7 \times 9}{10}$$

$$DE = 6,3 \text{ cm}$$

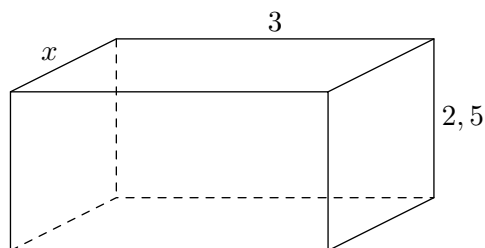
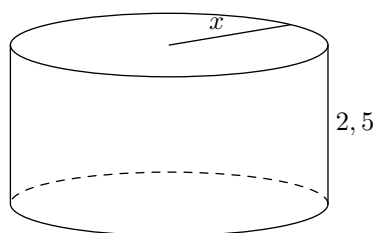
PROBLÈME (12 POINTS)

De façon à récupérer l'eau de pluie de son toit, Lucas décide d'installer un récupérateur d'eau dans le sol de son jardin. La profondeur dont il dispose est de $2,5\text{ m}$.

Un fabricant lui propose alors les deux modèles de réservoirs schématisés ci-dessous.

Les dimensions sont en mètres.

Le premier modèle a la forme d'un pavé droit, le deuxième est de forme cylindrique : dans chaque cas, x peut varier entre $0,5\text{ m}$ et $1,5\text{ m}$.

Réservoir R_1 Réservoir R_2

1) Compléter le tableau fourni en annexe. Les détails des calculs des valeurs exactes devront figurer sur votre copie.

Pour R_1 avec $x = 0,5$, on a $V = 2,5 \times 3 \times 0,5 = 3,75$

Pour R_1 avec $x = 1,2$, on a $V = 2,5 \times 3 \times 1,2 = 9$

Pour R_2 avec $x = 0,5$, on a $V = \pi \times 0,5^2 \times 2,5 = 0,625\pi$

Pour R_2 avec $x = 1,2$, on a $V = \pi \times 1,2^2 \times 2,5 = 3,6\pi$

2) a) Montrer que l'expression, en fonction de x , du volume du réservoir R_1 est : $7,5x$.

$$V_{\text{pavé droit}} = L \times l \times h$$

$$V_{R_1} = 2,5 \times 3 \times x = 7,5x$$

b) Montrer que l'expression, en fonction de x , du volume du réservoir R_2 est : $2,5\pi x^2$.

$$V_{\text{cylindre}} = \pi R^2 \times h$$

$$V_{R_2} = \pi x^2 \times 2,5 = 2,5\pi x^2$$

3) On considère la fonction $f_1 : x \mapsto 7,5x$. Préciser la nature de cette fonction.

f_1 est de la forme $a x$. c'est une fonction linéaire.

4) Pour les valeurs de x comprises entre $0,5$ et $1,5$, la fonction $f_2 : x \mapsto 2,5\pi x^2$ est déjà représentée sur le graphique fourni en annexe.

Sur ce même graphique, représenter la fonction f_1 .

Voir graphique.

5) Répondre aux questions suivantes à l'aide du graphique.

On répondra par des valeurs approchées et on fera apparaître les traits de construction permettant la lecture sur le graphique.

a) Quel est la valeur du réservoir R_2 pour $x = 0,8 m$?

Pour $x = 0,8$, le volume de R_2 est d'environ $5 m^3$.

b) Quel est le rayon du réservoir R_2 pour qu'il ait une contenance de $10 m^3$?

Pour un volume de $10 m^3$, le rayon de R_2 est d'environ $1,13 m$.

c) Quel est l'antécédent de 9 par la fonction f_1 ? Interpréter concrètement ce nombre.

L'antécédent de 9 par la fonction f_1 est 1,2. On a trouvé cette valeur dans le tableau en annexe.

Pour un volume de R_1 de $9 m^3$, il faut choisir comme largeur du réservoir $x = 1,2 m$.

d) Pour quelle valeur de x les volumes des deux réservoirs sont-ils égaux ?

Les deux courbes se coupent au point A d'abscisse 0,95.

Pour $x = 0,95$, les deux réservoirs ont le même volume.

e) Pour quelles valeurs de x le volume de R_1 est-il supérieur à celui de R_2 ?

La courbe de f_1 est au dessus de celle de f_2 pour $x < 0,95$.

Pour $x < 0,95$, le volume de R_1 est supérieur à celui de R_2

ATTENTION : CETTE FEUILLE EST À RENDRE AVEC LA COPIE

Problème-Question 1

Longueur x (en m)		0,5	1,2
Volume du réservoir R_1 (en m^3)		3,75	9
Volume du réservoir R_2 (en m^3)	Valeur exacte	$0,625\pi$	$3,6\pi$
	Valeur arrondie à $0,1 m^3$	2,0	11,3

