France Métropolitaine Juin 2007

Activités numériques

Exercice 1

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples (QCM).
Aucune justification n'est demandée.
Pour chacune des questions, trois réponses sont proposées, une seule est exacte.

Pour chacune des trois questions indiquer sur la copie le numéro de la question et recopier la réponse exacte.

1	Quelle est l'expression développée de l'expression $(3x + 5)^2$?	$3x^2 + 25$	$9x^2 + 25$	$9x^2 + 30x + 25$
2	Quelle est l'expression qui est égale à 10 si on choisit la valeur $x = 4$?	$x(x + 1)$	$(x + 1)(x - 2)$	$(x + 1)^2$
3	Quelle est la valeur exacte de $\frac{\sqrt{48}}{2}$?	$\sqrt{24}$	3,464	$2\sqrt{3}$
4	Quel est le nombre qui est solution de l'équation $2x - (8 + 3x) = 2$	10	-10	2
5	En 3^e A, sur 30 élèves, il y a 40% de filles. En 3^e B, sur 20 élèves, il y a 60% de filles. Lorsque les deux classes sont réunies, quel est le pourcentage de filles dans le groupe ?	36% de filles.	48% de filles.	50% de filles.

Exercice 2

On donne un programme de calcul :

- Choisir un nombre.
- Lui ajouter 4.
- Multiplier la somme obtenue par le nombre choisi.
- Ajouter 4 à ce produit.
- Écrire le résultat.

1. Écrire les calculs permettant de vérifier que si l'on fait fonctionner ce programme avec le nombre -2, on obtient 0.
2. Donner le résultat fourni par le programme lorsque le nombre choisi est 5.
3. a) Faire deux autres essais en choisissant à chaque fois un nombre entier et écrire le résultat obtenu sous la forme du carré d'un autre nombre entier (les essais doivent figurer sur la copie).
   b) En est-il toujours ainsi lorsqu'on choisit un nombre entier au départ de ce programme de calcul ? Justifier la réponse.
4. On souhaite obtenir 1 comme résultat. Quels nombres peut-on choisir au départ ?

Activités géométriques

Exercice 1

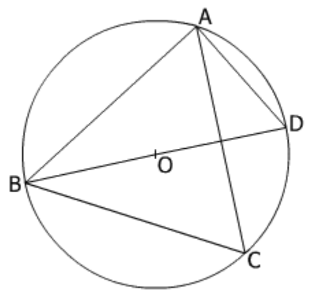
ABC est un triangle rectangle tel que AB = 9 ; AC = 15 ; BC = 12.

1. a) Démontrer que ABC est rectangle en B.
   b) Tracer en vraie grandeur le triangle ABC sur la copie.
2. E est le point du segment [AB] tel que AE = 3.
   F est le point du segment [AC] tel que AF = 5.
   a) Placer les points E et F sur la figure.
   b) Démontrer que la droite (EF) est parallèle à la droite (BC).
3. Calculer l'aire du triangle AEF.

Exercice 2

Sur la figure ci-contre :

- ABC est un triangle équilatéral ;
- le point O est le centre du cercle circonscrit au triangle ABC ;
- le point D est diamétralement opposé au point B sur le cercle.



1. Quelle est la nature du triangle $\widehat{ABD}$? Justifier.
2. Quelle est la mesure de l'angle $\widehat{ADB}$? Justifier.

On désigne par E l'image du point D par la translation de vecteur $\overrightarrow{OC}$.
Démontrer que les droites (DC) et (OE) sont perpendiculaires.

Problème

Dans le jardin de sa nouvelle maison, M.Durand a construit une terrasse rectangulaire qu'il désire recouvrir d'un toit.

Pour cela, il réalise le croquis suivant où l'unité de longueur est le mètre.

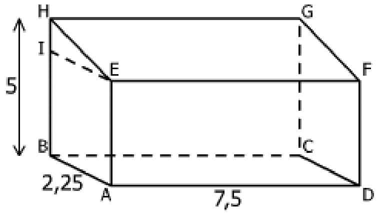
Le sol ABCD et le toit EFGH sont des rectangles.

Le triangle HIE est rectangle en I.

Le quadrilatère IEAB est un rectangle.

La hauteur du sol au sommet est HB.

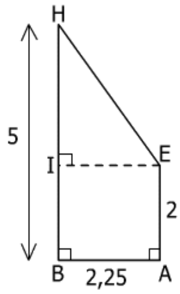
On donne : AB = 2,25 ; AD = 7,5 ; HB = 5.



Première partie

On suppose dans cette partie que AE = 2.

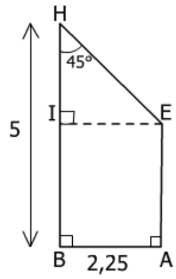
1. Justifier que HI = 3.
2. Démontrer que HE = 3,75.
3. Calculer au degré près, la mesure de l'angle $\widehat{IHE}$ du toit avec la maison.



Deuxième partie

Dans cette partie, on suppose que $\widehat{IHE} = 45°$ et on désire déterminer AE.

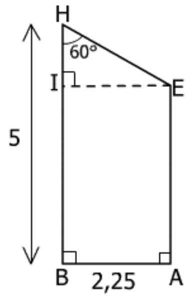
1. Quelle est la nature du triangle HIE dans ce cas ? Justifier.
2. En déduire HI puis AE.



Troisième partie

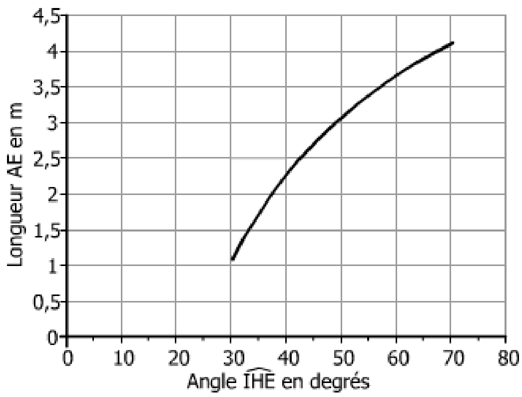
Dans cette partie, on suppose que $\widehat{IHE} = 60°$ et on désire déterminer AE.

1. Déterminer la valeur arrondie au cm de HI.
2. En déduire la valeur arrondie au cm de AE.



Quatrième partie

La courbe ci-dessous représente la hauteur AE en fonction de la mesure de l'angle $\widehat{IHE}$.



M. Durand souhaite que la hauteur AE soit comprise entre 3 m et 3,5 m.

En utilisant le graphique, donner une mesure possible de l'angle $\widehat{IHE}$.

Corrigé France Métropolitaine 2007

Activités Numériques

Exercice 1

1. $(3x+5)^2 = (3x)^2 + 2(3x)(5) + 5^2 = 9x^2 + 30x + 25$
2. $(4+1)(4-2) = 5 \times 2 = 10$. La bonne expression est $(x + 1)(x - 2)$
3. $\frac{\sqrt{48}}{2} = \frac{\sqrt{16\times3}}{2}=\frac{4\sqrt{3}}{2}=2\sqrt{3}$
4. $2(-10) - (8 + 3(-10)) = -20 - (8 - 30) = -20 + 22 = 2$. -10 est solution de cette équation.
5. $0{,}4 \times 30 = 12$. $0{,}6 \times 20 = 12$. Il y a 24 filles sur 50 élèves. Il y a 48% de filles.

Exercice 2

1. $(-2 + 4) \times (-2) + 4 = -4 + 4 = 0$
2. $(5 + 4) \times (5) + 4 = 49$
3. a. $(3 + 4) \times (3) + 4 = 25 = 5^2$
   $(-5 + 4) \times (-5) + 4 = 9 = (-3)^2$
   b. Oui, on a toujours le carré d'un nombre entier car si on applique le programme de calcul a un nombre inconnu x, on obtient $(x + 4) \times x + 4 = x^2 + 4x + 4 = (x + 2)^2$
4. 1 est le carré de 1 et de -1. On choisit x de faÁon à ce que $(x + 2)$ soir égal à 1 ou à -1. On peut donc choisir -1 ou -3.

Activités Géométriques

Exercice 1

1. a. $AC^2 = 15^2 = 225$
   $AB^2 + BC^2 = 9^2 + 12^2 = 81 + 144 = 225$
   $AC^2 = AB^2 + BC^2$
   D'après la réciproque du théorème de Pythagore, la triangle ABC est rectangle en B.
2. $\frac{AE}{AB}=\frac{3}{9}=\frac{1}{3}$
   $\frac{AF}{AC}=\frac{5}{15}=\frac{1}{3}$
   $\frac{AE}{AB}=\frac{AF}{AC}$
   D'après la réciproque du théorème de Thalès, les droites (EF) et (BC) sont parallèles.
3. Le triangle AEF est rectangle en E car (EF)//(BC) et (BC) $\perp$ (AE)
   Le théorème de Pythagore dans AEF donne
   $AF^2 = AE^2+EF^2$ donc $EF^2 = AF^2-EF^2=5^2-3^2=25-9=16$ d'où $EF=4$ cm
   L'aire du triangle est $\frac{base \times hauteur}{2} = \frac{AE\times EF}{2} = \frac{3\times4}{2} = 6$ cm²

Exercice 2

1. A est sur le cercle de diamètre [BD], donc le triangle ABD est rectangle en A.
2. Le triangle ABC est équilatéral. La bissectrice de $\widehat{ABC}$ est confondue avec la médiatrice de [AC]. C'est la droite (BO). Donc $\widehat{ABO} = 30°$
3. Comme $\overrightarrow{DE}=\overrightarrow{OC}$, DECO, est un parallélogramme. Comme OD = OC, DECO est un losange. Ses diagonales (DC) et (OE) sont donc perpendiculaires.

Problème

Partie 1

1. Comme ABIE est un rectangle, AE=BI. Donc HI = BH – BI = 5 – 2 = 3.
2. HIE est un triangle rectangle en I. D'après le théorème de Pythagore : $HE^2=HI^2+IE^2$
   $HE^2 = 3^2 + 2,25^2 = 9 + 5,0625 = 14,0625$
   HE = 3,75
3. HIE est un triangle rectangle en I. Tan $\widehat{IHE}=\frac{IE}{IH}=\frac{2,25}{3}$. Donc $\widehat{IHE}\simeq 37°$.

Partie 2

1. Si $\widehat{IHE}=45°$, $\widehat{HEI}=180-90-45=45$. Le triangle HEI a deux angles de mÍme mesure, c'est donc un triangle rectangle isocèle en I.
2. HI = IE = 2,25. AE = IB = HB – HI = 5 – 2,25 = 2,75.

Partie 3

1. HIE est un triangle rectangle en I. $\tan\widehat{IHE}=\frac{IE}{IH}$. $HI=\frac{IE}{\tan\widehat{IHE}}\simeq 1,30$.
2. AE = IB = HB – HI $\simeq$ 5 – 1,3 = 3,7.

Partie 4

$\widehat{IHE}$ peut Ítre compris entre 48° et 57°.