DIPLOME NATIONAL DU BREVET
Série Collège

MATHEMATIQUES

<u>*Session 2006*</u>

LA REDACTION ET LA PRESENTATION SONT PRISES EN COMPTE POUR 4 POINTS

LES CALCULATRICES SONT AUTORISEES conformément à la circulaire n°99-186 du 16/11/1999

DU PAPIER MILLIMETRE SERA MIS A LA DISPOSITION DES CANDIDATS

DUREE : 2 HEURES

ACTIVITES NUMERIQUES (12 points)

Exercice 1 :

On considère les trois nombres A, B et C :

$$A = \frac{5}{7} - \frac{2}{7} \div \frac{4}{13}, \qquad B = 5\sqrt{3} - \sqrt{48} + 4\sqrt{27}, \qquad C = \frac{\left(2\times10^{11}\right)\times\left(12\times10^{-3}\right)}{3\times10^{3}}.$$

En détaillant les calculs,

1) Démontrer que $A = -\frac{3}{14}$.

2) Ecrire B sous la forme $a\sqrt{3}$, a étant un entier relatif.

3) Donner l'écriture scientifique de C.

Exercice 2.

On considère l'expression : $E = 16x^2 - 25 + (x+2)(4x+5)$.

1) Développer et réduire E.

2) Factoriser $16x^2 - 25$, puis en déduire la factorisation de E.

3) Résoudre l'équation : $(4x+5)(5x-3) = 0$.

Exercice 3.

Un zoo propose deux tarifs d'entrée : un tarif pour les adultes et un autre pour les enfants.
Un groupe constitué de quatre enfants et d'un adulte paie 22 euros.

On peut traduire ces données par l'équation à deux inconnues : $4x + y = 22$ notée (E_1)

1) Que représente l'inconnue x et que représente l'inconnue y dans cette équation?

Un autre groupe constitué de 6 enfants et de trois adultes paie 42 euros.

2) Traduire cette information par une seconde équation notée (E_2), dépendant des deux inconnues x et y.

3) Résoudre le système constitué des deux équations (E_1) et (E_2) précédentes.

4) Quel est le prix d'une entrée pour un enfant et quel est celui d'une entrée pour un adulte ?

ACTIVITES GEOMETRIQUES (12 points)

Exercice 1.

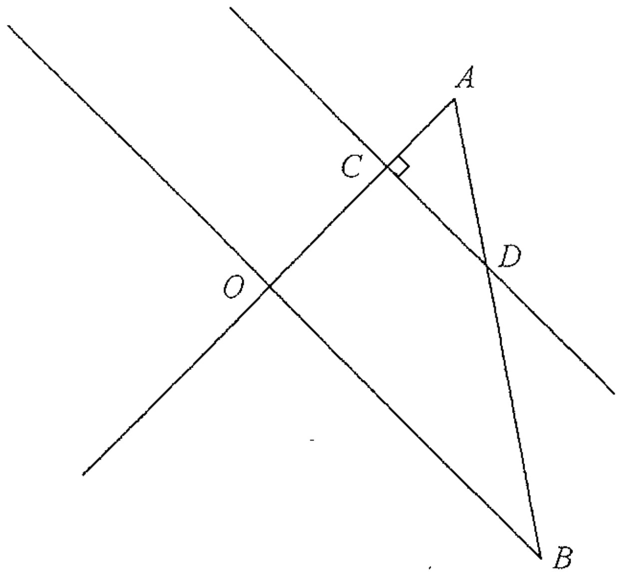
On considère la figure ci-dessous qui n'est pas dessinée en vraie grandeur.

L'unité de longueur est le centimètre.

Les droites (CD) et (OA) sont perpendiculaires.

On donne: $OA = 9$, $OB = 12$, $AB = 15$, $AC = 3$.

1) Démontrer que le triangle AOB est rectangle et en déduire que les droites (CD) et (OB) sont parallèles.
2) Démontrer en justifiant le raisonnement, que $CD = 4$.
3) Un élève affirme que l'aire du triangle AOB est égale à 3 fois l'aire du triangle ACD.
   Que pensez vous de cette affirmation ? Justifiez votre réponse.



Exercice 2. On utilisera la feuille de papier millimétré.

Dans un repère orthonormé (O, I, J) tel que $OI = OJ = 1$ cm, placer les points :

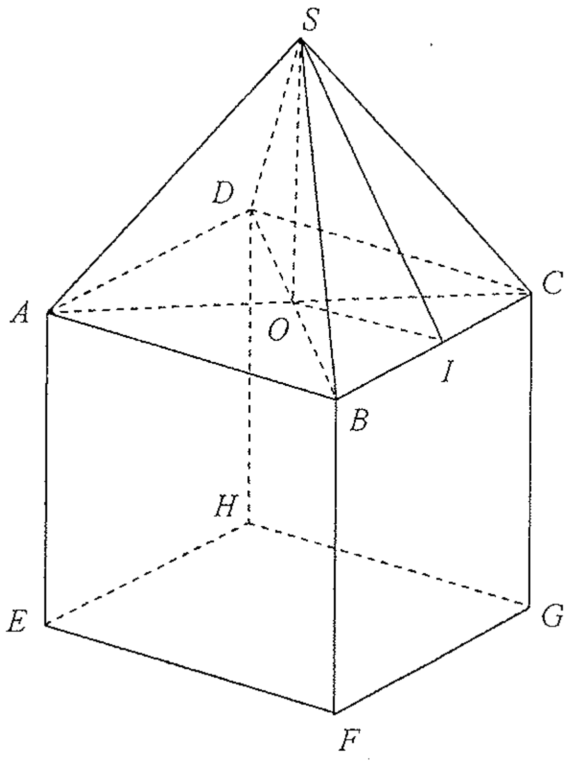
$$A(-1\,;7) \qquad B(1\,;3) \qquad C(3\,;5)$$

1) a) Calculer les longueurs AB et AC.
   b) En déduire que le triangle ABC est isocèle.
2) Calculer les coordonnées du point R milieu du segment $[BC]$ et placer ce point sur le dessin.
3) Calculer les coordonnées du point E, symétrique de A par rapport à R.
4) Démontrer que le quadrilatère $ABEC$ est un losange.

PROBLEME (12 points)

Un confiseur utilise une boîte de forme nouvelle pour emballer des dragées. Cette boîte a la forme d'un solide $SABCDEFGH$ à neuf faces qui se compose d'un cube d'arête 4 cm et une pyramide régulière $SABCD$ de sommet S. On note O le centre du carré $ABCD$ et I le milieu du segment $[BC]$. (La pyramide $SABCD$ étant régulière, on rappelle que $SA = SB = SC = SD$ et que $[SO]$ est sa hauteur).

Partie A. Dans cette partie, on pose $SO = 2$ cm.



1) On admet que le triangle SOI est rectangle en O.
   a) Quelle est la longueur du segment $[OI]$?
   b) Démontrer alors que $SI = 2\sqrt{2}$ cm.

2) Calcul de l'aire de la boîte.
   a) Justifier que $[SI]$ est perpendiculaire à $[BC]$.
   b) En déduire la valeur exacte de l'aire du triangle SBC, puis la valeur exacte de l'aire des faces latérales de la pyramide $SABCD$.
   c) Calculer la valeur exacte de l'aire totale des faces du solide $SABCDEFGH$ puis en donner un arrondi au centième.

Partie B. Dans cette partie, on note x la longueur SO, exprimée en centimètres.

1) Montrer que le volume $\mathcal{V}$ du solide $SABCDEFGH$ vérifie l'égalité : $\mathcal{V} = \frac{16}{3}x + 64$.

<u>Rappel</u> : *Le volume V d'une pyramide de hauteur h et d'aire de base b est donné par la formule :*

$$V = \frac{1}{3}b \times h.$$

2) On note f la fonction affine définie par $f(x) = \frac{16}{3}x + 64$.

   Représenter la fonction f pour x compris entre 0 et 4,5 cm dans un repère orthogonal. On prendra pour unité 4 cm sur l'axe des abscisses et 2 mm sur l'axe des ordonnées. Prendre l'origine du repère en bas et à gauche de la feuille de papier millimétré.
3) Le confiseur souhaite que le volume de sa boîte soit au moins égal à 80 cm^3.En utilisant la représentation graphique de la fonction f, déterminer à partir de quelle valeur de x cette condition est remplie.
4) Retrouver le résultat précédent par le calcul.